

Önermeler Ve Bileşik Önermeler

- Mantık bilgisi ile kurallarını sistemli bir şekilde ilk kez Yunan Filozofu Aristoteles (Aristo) ortaya koymuştur. Aristo günümüzde klasik mantığın kurucusu olarak bilinir.
 - Sembolik mantık, klasik mantığın sembolleştirilmiş biçimidir.
 - **Terim:** Günlük konuşmaların dışında bir bilim ile alakalı özel anlam içeren kelimelere terim denir.
- Örneğin; ova, vadi, kütle, hacim vb. gibi.
- **Önerme:** Kesin olarak doğru ya da yanlış hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.
 - Önermeler genellikle p, q, r, s, t... gibi küçük harflerle gösterilir.

ÖĞRETEN SORU - 1

- Bu okuldaki öğrenciler çok başarılıdır.
- Ankara - Antalya arası 900 km'dir.
- YKS sınavı 2 oturumda yapılır.

verilen ifadelerden hangileri önermedir?**Çözüm****ÖĞRETEN SORU - 2**

p : Güneydoğu Anadolu bölgesinde 6 Şubat 2023 de deprem meydana gelmiştir.

q : " $x^2 = 4$ ise $x = 2$ ve $x = -2$ 'dir.

r : "Betül kısa boyludur."

s : "Türkiye'de en güzel il Bolu'dur."

verilen ifadelerden hangileri birer önerme değildir?**Çözüm****Doğruluk Değeri**

Bir önermenin doğru ya da yanlış olmasına o önermenin doğruluk değeri denir.

Bir önerme doğru ise doğruluk değeri D veya 1 ile yanlış ise Y veya 0 (sıfır) ile gösterilir.

ÖĞRETEN SORU - 3

p : "Açı bir terimdir."

q : "Gaziantep Güneydoğu Anadolu Bölgesi'nde yer alır."

r : " $5 \cdot 2 - 6 : 3 < 2$ "

s : "91 asal sayıdır"

Yukarıdaki önermelerin doğruluk değerini bulunuz.**Çözüm**

ÖĞRETEN SORU - 4



Önerme	Doğruluk Değeri
$p : 3^2 + 4^2 = 5^2$	
$q : 7 - 6 \geq 5 - 4$	
$r : \text{Şubat ayı 28 gündür.}$	
$s : \text{Dünya Ay'ın uydusudur.}$	

Çözüm

Doğruluk Tablosu

Önermenin doğruluk değerlerinin gösterildiği tabloya doğruluk tablosu denir.

1 Önermenin Doğruluk Tablosu	2 Önermenin Doğruluk Tablosu	3 Önermenin Doğruluk Tablosu																																								
<table><tr><td>p</td></tr><tr><td>1</td></tr><tr><td>0</td></tr></table> $2^1 = 2$	p	1	0	<table><tr><td>p</td><td>q</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td></tr></table> $2^2 = 2$	p	q	1	1	1	0	0	1	0	0	<table><tr><td>p</td><td>q</td><td>r</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>1</td><td>0</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>1</td><td>0</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>1</td></tr><tr><td>0</td><td>0</td><td>0</td></tr></table> $2^3 = 8$ gibi olur.	p	q	r	1	1	1	1	1	0	1	0	1	1	0	0	0	1	1	0	1	0	0	0	1	0	0	0
p																																										
1																																										
0																																										
p	q																																									
1	1																																									
1	0																																									
0	1																																									
0	0																																									
p	q	r																																								
1	1	1																																								
1	1	0																																								
1	0	1																																								
1	0	0																																								
0	1	1																																								
0	1	0																																								
0	0	1																																								
0	0	0																																								

➤ n tane farklı önermenin 2^n tane doğruluk durumu vardır.

ÖĞRETEN SORU - 5



5 farklı önermenin birlikte kaç farklı doğruluk durumu vardır?

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 6



$(n - 2)$ farklı önermenin 256 farklı doğruluk durumu olduğuna göre, n kaçtır?

Çözüm

Denk Önergeler

Doğruluk değeri aynı olan iki önermeye denk önerme denir.

- p önermesi q önermesine denk ise $p \equiv q$ ile gösterilir. "p denktir q" diye okunur.
- p önermesi q önermesine denk değil ise $p \not\equiv q$ ile gösterilir. "p denk değildir q" diye okunur.
- Bir p önermesi doğru ise $p \equiv 1$
yanlış ise $p \equiv 0$ ile gösterilir.

ÖĞRETEN SORU - 7

p : " $7 - 4 < 0$ 'dır."

q : "Türkiye'nin başkenti Ankara'dır."

r : "1 derece 60 dakikaya eşittir."

s : "9 tane rakam vardır."

önergeleri veriliyor.

Buna göre,

I. $p \equiv s$

II. $r \neq s$

III. $q \equiv r$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

Çözüm

Önermenin Olumsuzu

Bir önermenin hükmünün değiştirilip yerine olumsuzunun kullanılması ile elde edilen önermeye önermenin değili (olumsuzu) denir.

↪ p önermesinin değili p^1 , öp ya da $\sim p$ ile gösterilir.

p	p^1
1	0
0	1

$$(p^1)^1 \equiv p$$

↪ $1^1 \equiv 0$ ve $0^1 \equiv 1$

Sembol	Olumsuzu
=	$\neq$
<	$\geq$
>	$\leq$
$\geq$	<
$\leq$	>

ÖĞRETEN SORU - 8

q : "İki asal sayının çarpımı asal sayıdır."

p : "2014 - 2015 sezonu lig şampiyonu Beşiktaş'tır."

r : "5 sayısı 7'den küçüktür."

s : " $12 + 9 = 21$ "

u : " $3^2 + 4^2 \leq 25$ tir."

Çözüm

q^1 : "İki asal sayının çarpımı asal sayı değildir."

p^1 : "2014 - 2015 sezonu lig şampiyonu Beşiktaş değildir."

r^1 : "5 sayısı 7'den büyük veya eşittir."

s^1 : " $12 + 9 \neq 21$ "

u^1 : " $3^2 + 4^2 > 25$ tir."

ÖĞRETEN SORU - 9

p : "Negatif bir tam sayının küpü negatiftir."

q : "Her doğal sayının sıfırıncı kuvveti birdir."

r : " $2^2 + 3^2 = 5^2$ "

Yukarıda verilen p, q ve r önermelerinin değillerinin doğruluk değerlerini bulunuz?

Çözüm

Bileşik Önerme

En az iki önermenin "ve", "veya", "ya da", "ise", "ancak ve ancak" bağlaçları ile birleştirilmesi ile elde edilen yeni önermelere bileşik önerme denir.

"ve" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermeler

p ve q herhangi iki önerme olsun. p ve q bileşik önermesi $p \wedge q$ şeklinde gösterilir.

➤ $p \wedge q$ önermesinin doğruluk değeri; p ve q önermelerinin her ikisi doğru iken 1, diğer durumlarda ise 0'dır.

➤ $p \wedge q$ önermesinin doğruluk tablosu,

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

şeklinde olur.

ÖĞRETEN SORU - 10

"Fikret ve Ahmet birlikte pazara gitti." ifadesindeki olası durumların doğruluğunu ya da yanlışlığını bulunuz.

- Yalnız Fikret gidip Ahmet'in gitmemiş olması
- Yalnız Ahmet'in gidip Fikret'in gitmemiş olması
- Hiçbirinin gitmemiş olması
- Fikret ve Ahmet'in birlikte gitmiş olması bir ifade belirtir.

Çözüm

Y,Y,Y,D

"ve" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermelerin Özellikleri

- $p \wedge p \equiv p$ (Tek kuvvet özelliği)
- $p \wedge q \equiv q \wedge p$ (Değişme özelliği)
- $(p \wedge q) \wedge r \equiv p \wedge (q \wedge r)$ (Birleşme özelliği)
- $p \wedge p \equiv 0$
- $p \wedge 0 = 0$
- $p \wedge 1 \equiv p$

ÖĞRETEN SORU - 11

- p : " $3 + 6 = 9$ ve $(-2) \cdot 4 = -8$ dir."
- q : "En küçük doğal sayı 1 ve en büyük negatif tam sayı -1 'dir."
- r : "2 asal bir sayıdır ve $3 + 5 = 9$ 'dur."

önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

Çözüm**ÖĞRETEN SORU - 12**

- $0 \wedge (1 \wedge 1)$
- $(1 \wedge 1) \wedge (0 \wedge 1)$
- $(1 \wedge 0) \wedge 1$

Yukarıda verilen ifadelerin hangisinin doğruluk değeri 1'dir?

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 13



Aşağıda verilen bileşik önermelerin en sade hâllerini yazınız?

- a) $1 \wedge (p' \wedge p)$
b) $(p \wedge 0') \wedge (1 \wedge p)$

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 14



Aşağıda verilen önermelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

- a) $(p \wedge p') \wedge p$
b) $p' \wedge (1 \wedge 0)$
c) $(p \wedge q) \wedge (1 \wedge p')$

Çözüm

"veya" Bağlacı ile Oluşan Bileşik Önermeler

p ve q herhangi iki önerme olsun.

p veya q bileşik önermesi " $p \vee q$ " şeklinde gösterilir.

➤ p v q bileşik önermesi; p ile q önermelerinden en az biri doğru iken doğru, her ikisi de yanlış iken yanlıştır.

➤ p v q önermesinin doğruluk tablosu,

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

şeklinde olur.

ÖĞRETEN SORU - 15



"Rıdvan veya Emrah sinemaya gitmiştir." ifadesinin olası durumların doğruluğunu ya da yanlışlığını inceleyiniz.

Sinemaya;

- a) Yalnız Rıdvan'ın gidip, Emrah'ın gitmemiş olması
b) Yalnız Emrah'ın gidip Rıdvan'ın gitmemiş olması
c) Her ikisinin gitmiş olması
d) Her ikisinin gitmemiş olması

"veya" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önergelerin Özellikleri

- $p \vee p = p$ (Tek kuvvet özelliği)
- $p \vee q \equiv q \vee p$ (Değişme özelliği)
- $p \vee (q \vee r) = (p \vee q) \vee r$ (Birleşme özelliği)
- $p \vee p' \equiv 1$
- $p \vee 0 \equiv p$
- $p \vee 1 \equiv 1$

ÖĞRETEN SORU - 16

Aşağıdaki bileşik önermelerin hangisinin doğruluk değeri sıfırdır?

- A) p : "9 çift sayıdır veya 5 asal sayıdır."
- B) q : " $1 > 3$ veya $x^2 \geq 0$ 'dır."
- C) r : " $2 + 2 = 7$ veya $(-1)^2 = -2$ 'dir."
- D) s : "Tokat Karadeniz Bölgesi'ndedir veya $2^2 = 3$ 'tür."
- E) Bütün negatif sayılar sıfırdan küçüktür veya bütün çift sayılar pozitifdir.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 17

- I. $0 \vee 1 \equiv 1$
- II. $1 \wedge (1 \vee 1) = 1$
- III. $(0 \vee 1) \wedge (1 \vee 0) = 0$

Yukarıda verilen ifadelerden hangileri doğrudur?

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 18

$$p \equiv 1, q \equiv 0, r \equiv 1$$

İfadeleri için aşağıdaki bileşik önermeleri doğruluk değerlerini bulunuz.

- a) $(p \wedge q') \wedge r$
- b) $(p \vee r) \wedge q'$
- c) $(q \wedge r) \vee (r' \vee p)$

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 19

Aşağıda verilen ifadelerin doğruluk değerlerini bulunuz.

a) $(1 \vee 0) \wedge (1 \vee 1)$

b) $(1 \wedge p) \vee (1 \vee 0)$

c) $(p \vee p') \wedge (1 \vee q)$

d) $[1 \vee (0 \wedge 1)] \wedge [0 \vee (1' \vee 0)]$

e) $(p \wedge p') \vee (1 \vee p')$

Çözüm

AKLINDA OLSUN

ABSORBE - SOĞURMA KURALI

➤ $(p \vee q) \wedge q \equiv q$

➤ $(p \wedge q) \vee q \equiv q$

ÖĞRETEN SORU - 20

$$[p' \wedge (p' \vee q)] \vee [p \vee (p \wedge q)]$$

bileşik önermesinin en sade hâlini bulunuz.

Çözüm

Dağılma Özelliği

$$p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r) \quad (\vee \text{ 'nın } \wedge \text{ üzerine soldan})$$

$$p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r) \quad (\wedge \text{ 'nın } \vee \text{ üzerine soldan})$$

De Morgan Kuralı

$$(p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

$$(p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

ÖĞRETEN SORU - 21

$$(p' \wedge q) \vee (p \vee q)'$$

bileşik önermesinin en sade hâlini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 22

$$[p \vee (q \wedge r)] \wedge (p' \wedge r')$$

İfadesinin en sade hâlini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 23

$$r : x = 0$$

$$s : y = 0$$

Önergeleri veriliyor.

Buna göre x, y gerçel sayılar için,

I. $x \cdot y = 0$

II. $2x + 2y = 0$

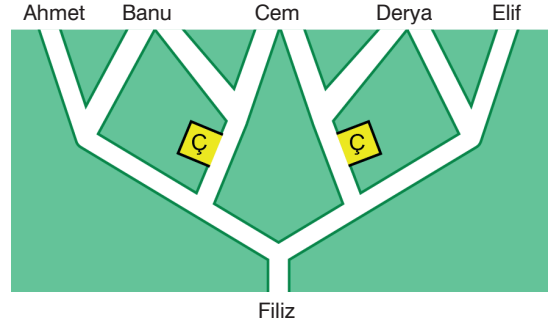
III. $x^2 + y^2 = 0$

Önergelerinden hangileri $r \wedge s$ önermesine denktir?

Çözüm

ÖĞRETEN ÖSYM SORU - 24

Filiz başlangıç noktasından yola çıkarak üç yol ayrımından geçmiş ve arkadaşları olan Ahmet, Banu, Cem, Derya ve Elif'ten birine gitmiştir.



p : İlk yol ayrımında soldaki yoldan gitmiştir.

q : İkinci yol ayrımında çiçekçi (Ç) 'nin olduğu yoldan gitmiştir.

r : Üçüncü yol ayrımında sağdaki yoldan gitmiştir.

Önergeleri verilmiştir.

$$p' \wedge (q \wedge r)$$

Önergemesi doğru olduğuna göre, Filiz hangi arkadaşına gitmiştir?

A) Ahmet

B) Banu

C) Cem

D) Derya

E) Elif

Çözüm Cevap D

ÖĞRETEN SORU - 25

$$(p^1 \wedge q) \wedge (q^1 \vee r^1) \equiv 1$$

olduğuna göre,

$$(p \vee q) \wedge r$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN ÖSYM SORU - 26

Bir masada; biri kırmızı, biri mavi ve biri sarı renkli olmak üzere toplam üç bilye bulunmaktadır. Bu bilyeler A, B ve C torbalarına her bir torbada bir bilye olacak şekilde konuluyor ve

p : "A torbasında kırmızı bilye yoktur."

q : "B torbasında mavi bilye vardır."

r : "C torbasında sarı bilye yoktur."

Önermeleri veriliyor.

$$p \wedge (q \vee r)^1$$

önermesi doğru olduğuna göre; A, B ve C torbalarında bulunan bilyelerin renkleri sırasıyla aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Kırmızı - Mavi - Sarı B) Mavi - Kırmızı - Sarı
C) Mavi - Sarı - Kırmızı D) Sarı - Kırmızı - Mavi
E) Sarı - Mavi - Kırmızı

Çözüm

"ya da" Bağlacı ile Oluşan Bileşik Önermeler

p ve q önermelerinin ya da ($\vee$) bağlacı ile birbirine bağlanması ile oluşan bileşik önermesiye denir. $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

$p \vee q$ önermesinin doğruluk tablosu,

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

şeklindedir.

$$\begin{aligned} \rightarrow p \vee p &\equiv 0 & p \vee 1 &= p^1 \\ \rightarrow p \vee p^1 &\equiv 1 & p \vee 0 &= p \end{aligned}$$

ÖĞRETEN SORU - 27

"Annesi Cansu'ya kalem ya da kitap aldı." ifadesindeki olası durumların doğruluğunu ya da yanlışlığını inceleyelim.

Annesi Cansu'ya;

- a) Kalem alıp kitap almamış olması
b) Kitap alıp kalem almamış olması
c) Hem kalem hem de kitap almış olması
d) Her ikisini almamış olması

bir ifade belirtir.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 28



$$[(0' \vee 0) \wedge 1] \vee [0 \vee (1 \wedge 1')]$$

bileşik önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 29



p	q	q'	$p \vee q'$
1	y'	0	
1		1	
x			0
			z

Yukarıda doğruluk tablosuna göre x, y ve z'nin doğruluk değerlerini sırasıyla bulunuz?

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 30



p : " $\sqrt{3}$ irrasyonel sayıdır."

q : "Bir üçgenin iç açılar toplamı 180° 'dir."

önergeleri veriliyor.

I. $(p' \vee q) \wedge q' \equiv 0$

II. $(p \wedge q') \vee q' \equiv 0$

III. $p \vee q \equiv 1$

IV. $(p' \wedge q)' \equiv 0$

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi doğrudur?

Çözüm

Kendime Notlar



Koşullu Önerme ve İki Yönlü Koşullu Önerme**“ise” Bağlacı ile Oluşan Bileşik Önermeler**

➤ p ile q önermelerinin “ise” bağlacı ile bağlanmalarından oluşan önermeye koşullu önerme denir.

➤ p doğru, q yanlış iken yanlış diğer durumlarda doğrudur

$p \Rightarrow q$ şeklinde gösterilir. $1 \Rightarrow 0 \equiv 0$

P	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

➤ $p \Rightarrow q$ koşullu önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu koşullu önermeye gerektirme denir.

ÖĞRETEN SORU - 31

p : “Bir yıl 52 haftadır.”

q : “Başlangıç meridyeni ekvator'dan geçer.”

p ve q önermelerini “ise” bağlacı ile yazarak elde edilen önermenin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

“Bir yıl 52 hafta ise başlangıç meridyeni Ekvator'dan geçer.

“ise” Bağlacının Özellikleri

➤ $p \Rightarrow p \equiv 1$

➤ $p \Rightarrow p' \equiv p'$

➤ $p' \Rightarrow p \equiv p$

➤ $p \Rightarrow 1 \equiv 1$

➤ $1 \Rightarrow p \equiv p$

➤ $p \Rightarrow 0 \equiv p'$

➤ $0 \Rightarrow p \equiv 1$

p ve q iki önerme olmak üzere

$p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$ önermesine denktir.

ÖĞRETEN SORU - 32

$p \equiv 1, q \equiv 0$

olmak üzere aşağıdaki bileşik önermelerin doğruluk değerini bulunuz.

a) $(p \Rightarrow q) \wedge q'$

b) $(p \vee q') \Rightarrow q$

c) $(p' \Rightarrow q) \Rightarrow q$

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 33



$$(p \Rightarrow q)' \vee p$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

ÖĞRETEN SORU - 34



$$(p' \Rightarrow q) \Rightarrow q$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 35



$$((p \vee r) \Rightarrow r')' \vee r'$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 36



$$((r \wedge 1)' \vee (r \vee 0)) \wedge (p \Rightarrow q) \equiv 0 \text{ ise}$$

$$(p' \vee q) \Rightarrow (p \vee q')$$

önermesinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 37

$$[(p' \Rightarrow q)' \Rightarrow (p \Rightarrow q')] \wedge r$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 38

$$(p \Rightarrow q)' \vee (p \vee q)'$$

bileşik önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

Önermenin Karşıtı, Tersi ve Karşıt Tersi

p ve q iki önerme olmak üzere,

- $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin karşıtı $q \Rightarrow p$
- $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin tersi $p' \Rightarrow q'$
- $p \Rightarrow q$ bileşik önermesinin kaşıit tersi $q' \Rightarrow p'$ olur.

ÖĞRETEN SORU - 39

p : Erdinç bugün ders çalıştı.

q : Beren bugün işe gitmedi.

önermeleri için $p \Rightarrow q$ önermesinin karşıt tersini yazınız.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 40

Matematik Öğretmeni Hakan Bey, öğrencisi Halis'i tahtaya kaldırarak $r \Rightarrow (p' \wedge r)$ önermesinin karşıtını en sade biçime getirmesini istiyor. Halis çözüm için aşağıdaki adımları izliyor.

- I. $r \Rightarrow (p' \wedge r)$ karşıtı $(p' \wedge r) \Rightarrow r$
- II. $(p' \wedge r)' \vee r$
- III. $(p \vee r') \vee r$
- IV. $p \vee (r' \vee r)$
- V. $p \vee 0 \equiv p$

Halis çözümde hata yaptı ise kaçınıcı adımda hata yapmışır?

Çözüm

ÖĞRETEN ÖSYM SORU - 41



İki basamaklı bir AB doğal sayısı ile ilgili

p : AB sayısı 3'e tam bölünür.

q : $A + B$ toplamı 5'e tam bölünür.

r : $A \cdot B$ çarpımı 7'ye tam bölünür.

önergeleri veriliyor.

$$q \Rightarrow (p \Rightarrow r)$$

önermesi yanlış olduğuna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

- A) 42 B) 45 C) 48 D) 54 E) 56

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 42



İki basamaklı bir AB doğal sayısı ile ilgili,

p : AB sayısı çifttir.

q : AB sayısı asaldir.

$$r : A + B = 11$$

önergeleri veriliyor.

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q' \wedge r)$$

önermesi doğru olduğuna göre, $A \cdot B$ çarpımı kaçtır?

- A) 18 B) 20 C) 24 D) 28 E) 30

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 43



$$[p \vee (p \wedge q)'] \vee p'$$

önermesinin en sade hâlini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 44



$$[(p \vee q)' \wedge r'] \wedge [q' \wedge (r' \vee p)']$$

önermesinin değilini bulunuz.

Çözüm

Kendime Notlar



"ancak ve ancak" Bağlacı ile Kurulan Bileşik Önermeler

p ve q iki önerme olmak üzere $p \Rightarrow q$ ile $q \Rightarrow p$ koşullu önermelerinin ve bağlacı ile birbirine bağlanması ile oluşan,

$$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$$

bileşik önermesine iki yönlü koşullu önerme denir.

$p \Leftrightarrow q$ ile gösterilir.

➤ $p \Leftrightarrow q$ iki yönlü önermenin doğruluk tablosu

p	q	$p \Rightarrow q$	$q \Rightarrow p$	$(p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
1	1	1	1	1
1	0	0	1	0
0	1	1	0	0
0	0	1	1	1

şeklindedir.

➤ $p \Leftrightarrow q$ önermesinin doğruluk değeri 1 ise bu önermeye çift gerektirme denir.

ÖĞRETEN SORU - 45

$$\frac{1}{7} < \frac{1}{2} \Leftrightarrow \frac{1}{3} < -\frac{1}{2}$$

iki yönlü önermenin doğruluk değerini bulunuz?

"ancak ve ancak" Bağlacının Özellikleri

➤ $p \Leftrightarrow 1 = p$

➤ $p \Leftrightarrow 0 = p'$

➤ $p \Leftrightarrow p = 1$

➤ $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$

➤ $p \Leftrightarrow q \equiv p' \Leftrightarrow q'$

ÖĞRETEN SORU - 46

p : "En küçük doğal sayı 0'dır."

q : "En büyük tek rakam 9'dur."

r : "Üç basamaklı en küçük tam sayı 100'dür."

önermeleri veriliyor.

Buna göre $[(p \wedge q) \Leftrightarrow r] \vee q'$ önermesinin doğruluk değerini bulunuz?

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 47

$$(p \Leftrightarrow 0) \vee (p \Leftrightarrow q)$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

ÖĞRETEN SORU - 48

$$[(p \Leftrightarrow p') \Leftrightarrow 1] \wedge [(1 \Leftrightarrow 0) \wedge 1]$$

önermesinin en sade şeklini bulunuz.

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 49

$$p : \frac{a}{b} = 0$$

$$q : a + b = 2$$

$$r : a \cdot b = 0$$

olduğuna göre aşağıdaki önermelerden hangisi doğrudur?

A) $p \Rightarrow q$

B) $q \Leftrightarrow p$

C) $p \Rightarrow r$

D) $p \Leftrightarrow q$

E) $q' \vee p$

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 50

"Ali: "Türkiye, Avrupa'dadır."

Hatice: " $p = 0$ ise : $p^2 = 0$ 'dır."

Zeynep: " $4 + 5 = 13$ 'tür."

Ali, Hatice ve Zeynep'in söylemiş oldukları üç önermenin doğruluk değerleri sırasıyla p, q ve r ile gösterilmiş olsun.

Buna göre aşağıdaki bileşik önermelerin kaç tanesinin doğruluk değeri yanlıştır?

I. $r \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

II. $(p \vee q) \wedge r$

III. $(p' \vee q) \vee r$

IV. $q' \Rightarrow (p \wedge r)$

V. $(p \vee q) \wedge r$

A) 1

B) 2

C) 3

D) 4

E) 5

Çözüm

ÖĞRETEN SORU - 51

p	q	p'	$p' \Leftrightarrow q$	$(p' \Leftrightarrow q) \Rightarrow p$
1	1			
1	0		a	
0	1		1	b
0	0	1	0	c

Yukarıda verilen tabloda a, b ve c 'nin değeri için

I. $a \Leftrightarrow b \equiv 0$

II. $a \Rightarrow c \equiv 1$

III. $a' \Leftrightarrow (b \vee c) \equiv 1$

önermelerinden hangileri doğrudur?

Çözüm

Açık Önermeler

İçerisinde en az bir tane değişken bulunan ve değişkenin alabileceği değerlere göre kesin olarak doğru ya da yanlış olan önermelere denir.

ÖĞRETEN SORU - 52

Aşağıda verilen açık önermelerin doğruluk kümelerini bulunuz.

a) $p(x) : "x \in \mathbb{Z}, -30 \leq x^2 < 20"$

b) $q(x) : "x \in \mathbb{Z}^+, 0 \leq x^{x+1} \leq 90"$

Çözüm**ÖĞRETEN SORU - 53**

$x, y \in \mathbb{Z}^+$ olmak üzere,

$$P(x, y) : "(x - 2)^2 \leq 4 \text{ ve } |y - 2| < 1"$$

açık önermesinin doğruluk kümesi kaç elemanlıdır?

Çözüm**1. Varlık Niceleyicisi**

"Bazı" niceleyicisi, en az bir tane anlamında kullanıldığı için bu niceleyiciye varlıksal niceleyici denir ve " $\exists$ " sembolü ile gösterilir.

2. Evrensel Niceleyici

"Her" niceleyicisi, önüne geldiği elemanların tamamını anlattığı için bu niceleyiciye evrensel niceleyici denir ve " $\forall$ " sembolü ile gösterilir.

"Her" niceleyicisinin değil "bazı" niceleyicisi, "bazı" niceleyicisinin değil "her" niceleyicisidir. $p(x)$ açık önermesi için;

$$[\forall x, p(x)]^I \equiv \exists x, p^I(x),$$

$$[\exists x, p(x)]^I \equiv \forall x, p^I(x)$$

şeklinde olur.

ÖĞRETEN SORU - 54

Aşağıda verilen önermelerin değillerini bulunuz.

a) $p : "\exists x \in \mathbb{Z}, 2x - 3 < 0"$

b) $q : "\forall x \in \mathbb{N}, x^2 \geq 0"$

c) $r : "\exists x \in \mathbb{N}, 2x^2 - 4 \leq 0"$

Çözüm

Tanım, Aksiyom, Teorem ve İspat Kavramları

- Bir terimi eksiksiz olarak açıklayan ifadeler tanımdır.
- Doğruluğu ispat etmeye gerek duyulmadan kabul edilen önermelere aksiyom, doğruluğu ispatlanarak kabul edilen önermelere teorem denir.
- Teorem $p \Rightarrow q$ şeklindeki önermelerdir. Burada p ye hipotez, q ya hüküm denir. Bir teoremin hipotezinden hareketle hükmünü elde etmeye teoremi ispatlamak denir.

ÖĞRETEN SORU - 55

Aşağıdakilerden aksiyom ve teorem olanları belirtiniz.

- a) "Farklı iki noktadan yalnızca bir doğru geçer."
- b) "Tüm dik açların ölçüleri birbirine eşittir."
- c) "Her tek sayının karesi de tek sayıdır."
- d) "Bir noktadan sonsuz doğru geçer."
- e) "Bir üçgenin dış açılarının ölçüleri toplamı 360° 'dir."

ÖĞRETEN SORU - 56

Aşağıda teoremlerin hipotezini ve hükmünü bulalım.

a) Teorem: "a çift sayı ise a^2 çift sayıdır."

b) Teorem : " ABC üçgen ise iç açılarının ölçüleri toplamı 180° 'dir."

Çözüm**Kendime Notlar**

1. Aşağıdaki ifadelerden hangisi önerme değildir?

- A) $\sqrt{5}$ irrasyonel sayıdır.
 B) 1 yıl 12 aydır.
 C) $2 + 2 = 5$ 'tir.
 D) Ders çalışalım.
 E) Bursa ili Marmara Bölgesi'ndedir.

2. Aşağıdaki önermelerden hangisinin olumsuzunun doğruluk değeri 1'dir?

- A) 10 tane rakam vardır.
 B) İki basamaklı en küçük asal sayı 11'dir.
 C) Dörtgenin dış açıları toplamı 360° 'dir.
 D) Rakamları farklı en küçük iki basamaklı tam sayı 10'dur.
 E) $3^2 + 4^2 = 5^2$ 'dir.

3. p : "Atatürk 1881'de Selanikte doğdu."

q : "Cumhuriyet 29 Ekim 1923'te ilan edildi."

önermeleri kullanarak aşağıdaki bileşik önermeler oluşturulmuştur.

- I. $p \vee q \equiv 1$
 II. $(p^I \vee q) \equiv 0$
 III. $(p \wedge q)^I \vee q^I \equiv 0$
 IV. $(p \wedge q^I) \vee (p \vee q) \equiv 0$

Yukarıdaki denkliklerden hangileri doğrudur?

- A) I ve II
 B) I ve III
 C) II ve III
 D) I ve IV
 E) III ve IV

4. $(p^I \wedge q) \vee (p^I \wedge q^I)$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0
 B) 1
 C) p
 D) p^I
 E) q

5. p, q ve r önermeleri için

$$(p^I \vee q) \vee r \equiv 0$$

önermesi veriliyor.

Buna göre aşağıdakilerden hangisi her zaman doğrudur?

- A) $p \wedge q \equiv 1$
 B) $p^I \Rightarrow r \equiv 1$
 C) $q \Rightarrow r \equiv 0$
 D) $q^I \vee r^I \equiv 0$
 E) $p^I \equiv r^I$

6. $p \Rightarrow (q \vee r) \equiv 0$

olduğuna göre,

$$(p^I \Rightarrow q) \Rightarrow (q \vee r^I)^I$$

önermesi aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) p
 B) 1
 C) q^I
 D) r
 E) $p \wedge r^I$

7. $(n - 2)$ farklı önermenin doğruluk değeri için 128 farklı durum olduğuna göre, n kaçtır?

- A) 5
 B) 7
 C) 9
 D) 16
 E) 32

8. $(q' \Rightarrow p) \wedge (p \Rightarrow q)$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'

9. $(p' \wedge q) \vee (p' \Rightarrow q')$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) 0 C) $p \Rightarrow q$ D) q E) p'

10. $(p \vee q) \vee (q \Rightarrow 1)$

önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) p' E) q

11. $(p \Leftrightarrow 1) \wedge (q' \wedge r) \equiv 1$

olduğuna göre,

I. $p \Leftrightarrow r \equiv 1$

II. $(p \vee q) \wedge (q \vee r) \equiv 1$

III. $p \Rightarrow (q \vee r') \equiv 0$

ifadelerinden hangileri doğrudur?

- A) Yalnız I B) Yalnız II C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

12. $(p \Leftrightarrow q) \Rightarrow (p \Rightarrow q)$

bileşik önermesinin en sade hâli aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 1 B) q C) $p \wedge q$
D) $p' \wedge q$ E) $q \vee p$

13. $(p \Rightarrow q) \vee p \vee q'$

önermesinin olumsuzu aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0 B) 1 C) p D) q E) p'