

Logaritma

Üstel Fonksiyon ve Grafiği

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$

$f(x) = a^x$ fonksiyonuna **üstel fonksiyon** denir.

ÖRNEK 1

Aşağıdakilerden hangileri üstel fonksiyondur?

1. $f(x) = 2^x$ ☐
2. $g(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$ ☐
3. $h(x) = (-4)^{-x}$ ☐
4. $k(x) = 3^{-x}$ ☐
5. $t(x) = 1^x$ ☐
6. $s(x) = 5^a$ ☐
7. $m(x) = (-2)^{2x}$ ☐

Çözüm

ÖRNEK 2

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = (2m - 4)^x$$

fonksiyonu bir üstel fonksiyon olduğuna göre m'nin en geniş değer aralığını bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 3

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = 2^x$$

fonksiyonunun değişim tablosunu yaparak grafiğini çiziniz.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	∞
f(x) = 2^x									

Çözüm

ÖRNEK 4

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$,

$$f(x) = \left(\frac{1}{2}\right)^x$$

fonksiyonunun değişim tablosunu yaparak grafiğini çiziniz.

x	$-\infty$	-3	-2	-1	0	1	2	3	∞
f(x) = $\left(\frac{1}{2}\right)^x$									

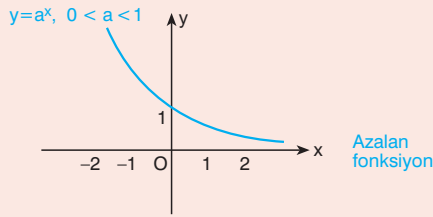
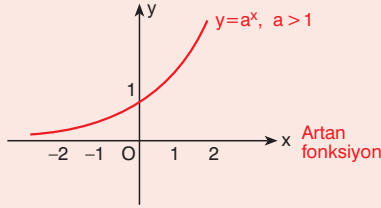
Çözüm

PRATİK BİLGİ

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ ve $x \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ $f(x)=a^x$ fonksiyonuna

- $a > 1$ için artan fonksiyon
- $0 < a < 1$ için azalan fonksiyon denir.



ÖRNEK 5

Aşağıdaki üstel fonksiyonların artan yada azalan olma durumlarının yanlarına yazınız.

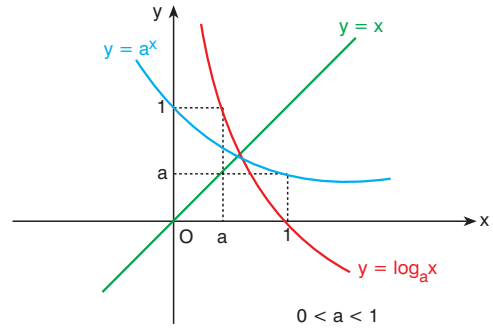
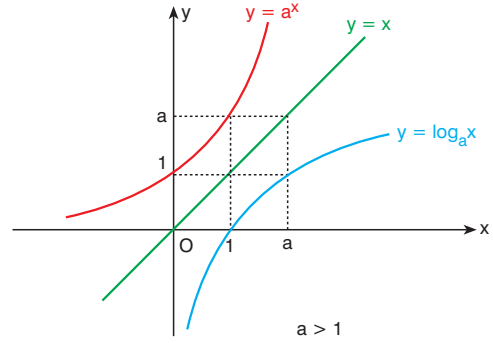
1. $f(x) = 3^x$
2. $h(x) = (4)^{-x}$
3. $g(x) = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
4. $k(x) = \left(\frac{3}{2}\right)^x$

Çözüm

Logaritma Fonksiyonu ve Grafiği

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^+$ $f(x)=a^x$ üstel fonksiyonun tersi olan fonksiyona, a tabanına göre logaritma fonksiyonu denir ve $f^{-1}: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$ $f(x)=\log_a x$ şeklinde ifade edilir.

$$y = a^x \Leftrightarrow y = \log_a x$$



$f(x) = a^x$ üstel fonksiyonun tersi olan $f(x) = \log_a x$ logaritma fonksiyonu, $y = x$ doğrusuna göre simetrik fonksiyonlardır.

ÖRNEK 6

Aşağıdaki üstel fonksiyonları logaritma fonksiyonu şeklinde ifade ediniz

1. $y = 2^x$
2. $y = \left(\frac{1}{3}\right)^x$
3. $b = a^x$
4. $y = 5^{x+1}$

Çözüm

ÖRNEK 7

$$\log_2(3x + 1) = 4$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

ÖRNEK 8

$$\log_2(\log_3(5x - 1)) = 1$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 7

Çözüm

ÖRNEK 9

$$3^{x+1} = 4$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) $\log_3 4$ B) $1 - \log_3 4$ C) $-1 + \log_3 4$
D) $\log_4 3$ E) $-1 + \log_4 3$

Çözüm

ÖRNEK 10

$$9^x - 4 \cdot 3^x - 5 = 0$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) $\log_5 3$ B) $\log_3 4$ C) $\log_3 2$
D) $\log_5 2$ E) $\log_3 5$

Çözüm

ÖRNEK 11

$$f: (-\infty, 4) \rightarrow \mathbb{R}$$

$$f(x) = \log_2(4 - x)$$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 12

$$f: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$$

$$f(x) = 2^{3x} - 1$$

olduğuna göre $f(x)$ fonksiyonunun tersini bulunuz.

Çözüm

Logaritma Fonksiyonun Tanım Kümesi

$f(x) = \log_{h(x)} g(x)$ fonksiyonunun tanımlı olabilmesi için

➤ $g(x) > 0$

➤ $h(x) > 0$ ve $h(x) \neq 1$ olmalıdır.

ÖRNEK 13

$$f(x) = \log_2(4 - 2x)$$

fonksiyonunun tanımlı olduğu aralığı bulunuz.

Çözüm**ÖRNEK 14**

$$f(x) = \log_{(x-3)}(18 - 2x)$$

fonksiyonunun tanımlı olduğu aralığı bulunuz.

Çözüm**ÖRNEK 15**

$$f(x) = \log_2(x^2 - 3x - 4)$$

fonksiyonunun tanımlı olduğu aralığı bulunuz.

Çözüm**Bayağı ve Doğal Logaritma Fonksiyonu**

➤ Tabanı 10 olan logaritma fonksiyonuna **10 tabanında logaritma** fonksiyonu (**adi logaritma veya bayağı logaritma**) denir.

$$f(x) = \log_{10} x = \log x \text{ biçiminde gösterilir.}$$

➤ Tabanı e sayısı olan logaritma fonksiyonuna **doğal logaritma fonksiyonu** denir.

$$f(x) = \log_e x = \ln x \text{ biçiminde gösterilir.}$$

PRATİK BİLGİ

x sayısının alacağı çok büyük pozitif ve çok küçük negatif değerler için $\left(1 + \frac{1}{x}\right)^x$ ifadesi bir değere yaklaşmaktadır.

Bu değere e sayısı denir.

$$e \approx 2,71828182845...$$

ÖRNEK 16

$$\log(\ln(x - 1)) = 1$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) e B) e + 1 C) e^{10} D) $e^{10} + 1$ E) $e^{10} - 1$

Çözüm**ÖRNEK 17**

$$\ln(e^{2x} - 2) = x$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) $\ln 2$ B) $\ln 3$ C) 1 D) $\ln \frac{1}{2}$ E) $\ln \frac{1}{3}$

Çözüm

Logaritma Fonksiyonun Özellikleri

1. $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$ olmak üzere

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

ÖRNEK 18

$$\log_{10} 10 + \ln e - 2 \cdot \log_3 1$$

ifadesini sonucu kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

2. $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x \in \mathbb{R}^+$ ve $n, m \in \mathbb{R}$ olmak üzere

$$\log_a x^m = m \cdot \log_a x$$

$$\log_a x^n = \frac{1}{n} \log_a x$$

$$\log_a x^m = \frac{m}{n} \log_a x$$

ÖRNEK 19

$$\log_4 16 + 3 \cdot \ln e^2 - 2 \cdot \log_3 27$$

ifadesini sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

Çözüm

ÖRNEK 20

$$\log_{\sqrt{5}} 25 - \log_3 \sqrt{27} + \log_{\frac{1}{2}} 8$$

ifadesini sonucu kaçtır?

- A)
- $-\frac{1}{2}$
- B) 0 C)
- $\frac{1}{2}$
- D) 1 E)
- $\frac{3}{2}$

Çözüm

ÖRNEK 21

$$\log_a b = 6$$

olduğuna göre $\log_{a^3} b^2$ ifadesini değeri kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

Çözüm

BAŞKA YERDE YOK

Logaritmik bir ifadenin hem tabanının hemde içi-
nin aynı kuvveti ya da aynı kökü alınabilir.

$$\bullet \log_2 3 = \log_4 9 = \log_8 27$$

$$\bullet \log_{81} 16 = \log_9 4 = \log_3 2$$

ÖRNEK 22

 a ve b , 1'den farklı pozitif gerçel sayılar olmak üzere

$$a^2 = b^3$$

olduğuna göre $\log_a b + \log_{a^3} b^2$ toplamının sonucu kaç-
tır?

- A) 1 B)
- $\frac{2}{3}$
- C)
- $\frac{4}{9}$
- D)
- $\frac{10}{9}$
- E) 2

Çözüm

ÖRNEK 23

 a ve b , 1'den farklı pozitif gerçel sayılar olmak üzere,

$$\log_{a \cdot b} b = 3$$

olduğuna göre $\log_a b$ değeri kaçtır?

- A)
- $-\frac{2}{3}$
- B) -1 C)
- $-\frac{3}{2}$
- D) -2 E)
- $-\frac{5}{2}$

Çözüm

3. $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x, y \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\rightarrow \log_a(x \cdot y) = \log_a x + \log_a y$$

$$\rightarrow \log_a\left(\frac{x}{y}\right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_5 6 = \log_5(2 \cdot 3) = \log_5 2 + \log_5 3$$

$$\log_2(0,6) = \log_2\left(\frac{6}{10}\right) = \log_2 6 - \log_2 10$$

ÖRNEK 24

Aşağıdaki işlemleri yapınız.

1. $\log_6 4 + \log_6 9$

2. $\log_3 72 - \log_3 48 + \log_3 6$

Çözüm

ÖRNEK 25

$$\log(6 + x) = \log 6 + \log x$$

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) $\frac{6}{5}$ C) $\frac{8}{5}$ D) 2 E) $\frac{7}{3}$

Çözüm

ÖRNEK 26

$$\log(x \cdot y^2) = 5$$

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = 2$$

olduğuna göre $\log_y x$ kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

ÖRNEK 27

$$\log 2 = x$$

$$\log 3 = y$$

olduğuna göre $\log 24$ ifadesinin x ve y türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 28

$$\log_6 2 = x$$

olduğuna göre $\log_6 3$ ifadesinin x türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 29 / ÖSYM

Matematik dersinde, Canan sırasıyla aşağıdaki adımları takip ederek işlemler yapmıştır.

I. adım : $6 = 1 \cdot 2 \cdot 3 = e^{\ln 1} \cdot e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 3}$

II. adım : $e^{\ln 1} \cdot e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 3} = e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3}$

III. adım : $e^{\ln 1 + \ln 2 + \ln 3} = e^{\ln 6}$

IV. adım : $e^{\ln 6} = e^{\ln(2 \cdot 4)}$

V. adım : $e^{\ln(2 \cdot 4)} = e^{\ln 2 + \ln 4}$

VI. adım : $e^{\ln 2 + \ln 4} = e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 4}$

VII. adım : $e^{\ln 2} \cdot e^{\ln 4} = 2 \cdot 4 = 8$

Bu adımlar sonunda Canan, $6 = 8$ sonucunu elde etmiştir.

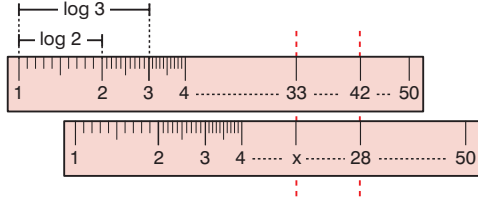
Buna göre Canan numaralandırılmış adımların hangisinde hata yapmıştır?

- A) II B) III C) IV D) V E) VI

Çözüm

ÖRNEK 30 / ÖSYM

Üzerinde 1'den 50'ye kadar olan tam sayıların yazılı olduğu bir cetvel türünde her n tam sayısının 1'e olan uzaklığı $\log n$ birimdir.



Bu özellikteki özdeş iki cetvel şekildeki gibi alt alta getirildiğinde üstteki cetveldeki 42 sayısı alttakinde 28 sayısına, üstteki cetveldeki 33 sayısı ise alttakinde x sayısına denk gelmektedir.

Buna göre x kaçtır?

- A) 18 B) 19 C) 20 D) 21 E) 22

Çözüm

ÖRNEK 31 / ÖSYM

$\log_4 x$ ve $\log_8 \frac{1}{x}$ sayılarının aritmetik ortalaması $\frac{1}{2}$ 'dir.

Buna göre $\log_{16} x$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{3}{2}$ C) $\frac{5}{2}$
D) $\frac{1}{4}$ E) $\frac{5}{4}$

Çözüm

4. $a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x, y \in \mathbb{R}$ olmak üzere,

$$\rightarrow x^{\log_a y} = y^{\log_a x}$$

$$\rightarrow a^{\log_a x} = x$$

ÖRNEK 32

$$3^{\log_9 16} - 4^{\log_2 3}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) -5 B) -3 C) -1 D) 1 E) 2

Çözüm

ÖRNEK 33

$$3^{\log_5 x} + x^{\log_5 3} = 18$$

olduğuna göre x kaçtır?

- A) 1 B) 5 C) 10 D) 15 E) 25

Çözüm

ÖRNEK 34 / ÖSYM

$$x^{\ln 4} - 6 \cdot 2^{\ln x} + 8 = 0$$

denklemini sağlayan x değerlerinin çarpımı kaçtır?

- A) e^6 B) e^4 C) e^3 D) $\frac{e^2}{2}$ E) $\frac{e^3}{3}$

Çözüm

5. Taban Değiştirme

$a, c \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $x \in \mathbb{R}^+$ olmak üzere,

$$\rightarrow \log_a x = \frac{\log_c x}{\log_c a}$$

$$\rightarrow \log_a b = \frac{1}{\log_b a}$$

$$\rightarrow \log_a b \cdot \log_b c \cdot \log_c d = \log_a d$$

ÖRNEK 35

$$\frac{\log 27}{\log 6} + \frac{\log_5 8}{\log_5 6}$$

olduğuna, toplamın sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

ÖRNEK 36

$$\frac{1}{\log_4 6} + \frac{1}{\log_{18} 6} + \frac{1}{\log_3 6}$$

olduğuna göre toplama işleminin sonucu kaçtır?

- A) 3 B) 5 C) 7 D) 8 E) 10

Çözüm

ÖRNEK 37

$$\log_2 3 \cdot \log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \dots \cdot \log_{31} 32$$

olduğuna göre çarpma işleminin sonucu kaçtır?

- A) 5 B) 4 C) 3 D) 2 E) 1

Çözüm

ÖRNEK 38

$$\log_2 3 = a$$

olduğuna göre $\log_6 108$ ifadesinin a türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 39

$$\ln 2 = x$$

$$\ln 5 = y$$

olduğuna göre $\log_{20} 50$ ifadesinin x ve y türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 40

$$\log_2 5 = x$$

$$\log_5 3 = y$$

olduğuna göre $\log_{12} 30$ ifadesinin x ve y türünden eşitini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 41 / ÖSYM

x sayısı, 1'den büyük bir tam sayı olmak üzere,

- $\frac{64}{x}$ oranının bir tam sayı olduğu,
- $\frac{\ln 64}{\ln x}$ oranının bir tam sayı olmadığı

veriliyor.

Buna göre x'in alabileceği değerler toplamı kaçtır?

- A) 40 B) 42 C) 48 D) 54 E) 56

Çözüm

ÖRNEK 42

Aşağıdaki ifadelerin hangi ardışık tam sayılar arasında olduğunu bulunuz.

1. $\log_2 25$
2. $\log_2 19$
3. $\log_5 26$
4. $\log(0,15)$

Çözüm

ÖRNEK 43 / ÖSYM

Ada, kullandığı bilimsel bir hesap makinesinde $n \leq 32$ olmak üzere, her n pozitif tam sayısı için $\log_2 n$ değerini hesaplıyor ve her bir değer için ya tam sayı ya da ondalıklı sayı olduğunu görüyor. Ada; ekranda görünen değer tam sayı ise o sayıyı, ondalıklı sayı ise o sayının tam kısmını bir kâğıda yazdıktan sonra yazdığı bu sayıların toplamını buluyor.

Buna göre Ada'nın bulduğu toplamın sonucu kaçtır?

- A) 94 B) 97 C) 100 D) 103 E) 106

Çözüm

ÖRNEK 44

f: $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

$$f(x) = \log_2 x$$

fonksiyonunun değişim tablosunu yaparak grafiğini çiziniz.

x	0 ...	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{2}$	1	2	4	8	...	∞
f(x) = $\log_2 x$									

Çözüm

ÖRNEK 45

f: $\mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}$

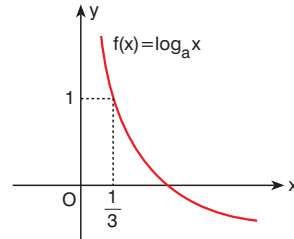
$$f(x) = \log_{\frac{1}{3}} x$$

fonksiyonunun değişim tablosunu yaparak grafiğini çiziniz.

x	0 ...	$\frac{1}{9}$	$\frac{1}{3}$	1	3	9	27	...	∞
f(x) = $\log_{\frac{1}{3}} x$									

Çözüm

ÖRNEK 46 / ÖSYM



Yukarıda $\log_a x$ fonksiyonunun grafiği verilmiştir.

Buna göre $f\left(f\left(\frac{1}{27}\right)\right)$ değeri kaçtır?

- A) -3 B) -1 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

Üstel ve Logaritmik Denklemler

$a \in \mathbb{R}^+ - \{1\}$, $b \in \mathbb{R}$, $f(x) > 0$, $g(x) > 0$ olmak üzere,

$$\log_a f(x) = b \Leftrightarrow f(x) = a^b$$

$$\log_a f(x) = \log_a g(x) \Leftrightarrow f(x) = g(x)$$

ÖRNEK 47

$$\log_2(3 + 5 \cdot \log_3(2x - 1)) = 3$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

ÖRNEK 48

$$\log_2((2x + 1) \cdot (x - 1)) = 1$$

olduğuna göre x değerleri toplamı kaçtır?

- A) $-\frac{1}{2}$ B) 0 C) $\frac{1}{2}$ D) 1 E) $\frac{3}{2}$

Çözüm

ÖRNEK 49

$$\log_2(x + 2) - \log_2(x - 1) = 3$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) -1 B) 2 C) 5 D) 6 E) 8

Çözüm

ÖRNEK 50

$$\log_x(5x - 6) = 2$$

olduğuna göre x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 2 B) 3 C) 5 D) 8 E) 13

Çözüm

ÖRNEK 51 / ÖSYM

$$\log_2 3x + \log_4 x^2 = 2$$

denklemini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) $\frac{\sqrt{2}}{2}$ B) $\frac{3\sqrt{2}}{2}$ C) $\frac{5\sqrt{2}}{2}$
D) $\frac{\sqrt{3}}{3}$ E) $\frac{2\sqrt{3}}{3}$

Çözüm

ÖRNEK 52

$$\log_3(12 - 3^x) = 3 - x$$

olduğuna göre x değerleri toplamı kaçtır?

- A) -1 B) 0 C) 1 D) 2 E) 3

Çözüm

ÖRNEK 53

$$(\log_2 x)^2 + \log_2(4x) = 2$$

olduğuna göre x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) 1 C) $\frac{3}{2}$ D) 2 E) 3

Çözüm

ÖRNEK 54

$$\log_2 x = 9 \cdot \log_x 2$$

olduğuna göre x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) -2 B) -1 C) 1 D) $\frac{1}{2}$ E) 2

Çözüm

ÖRNEK 55

$$\log_3(x+2) - \log_{(x+2)} 27 = 2$$

olduğuna göre x değerleri toplamı kaçtır?

- A) 25 B) $\frac{70}{3}$ C) $\frac{68}{3}$ D) 20 E) $\frac{59}{3}$

Çözüm

ÖRNEK 56

$$\frac{2\log_3 x}{\log_3 2} = \log_2 \frac{27}{x}$$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

ÖRNEK 57

$$3^{\log_2 x} + 3^{1 - \log_2 x} = 4$$

olduğuna göre x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) 2 B) 4 C) 8 D) 16 E) 32

Çözüm

ÖRNEK 58

$$x^{\log x} = 1000 \cdot x^2$$

olduğuna göre x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) 1 B) 10 C) 10^2 D) 10^3 E) 10^4

Çözüm

ÖRNEK 59

$$x^{(-1 + \ln x)} = e^2$$

olduğuna göre x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) 0 B) e C) e^2 D) e^3 E) e^5

Çözüm

ÖRNEK 60 / ÖSYM

$$9^{x+1} + 3^{x+1} - 6 = 0$$

olduğuna göre x aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{\ln 3}{\ln 2}$ B) $\frac{1 + \ln 3}{\ln 2}$ C) $\frac{2 + \ln 3}{\ln 2}$
D) $\frac{3 + \ln 2}{\ln 3}$ E) $\frac{\ln 2 - \ln 3}{\ln 3}$

Çözüm

Grafik Yardımıyla Kök Bulma

$f(x) = g(x)$ gibi iki fonksiyonun eşitliği şeklinde verilen denklemlerin çözüm kümesinin eleman sayısı fonksiyon grafikleri çizildiğinde grafiklerin kesişim sayısına eşittir.

ÖRNEK 61

$$x^2 = e^x$$

olduğuna göre kaç farklı x değeri vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

ÖRNEK 62

$$x^3 = 2^x$$

olduğuna göre kaç farklı x değeri vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

ÖRNEK 63

$$2^{-x} = \log_3 x + 1$$

olduğuna göre kaç farklı x değeri vardır?

- A) 0 B) 1 C) 2 D) 3 E) 4

Çözüm

Üstel ve Logaritmik Eşitsizlikler

$f(x) > 0$ ve $g(x) > 0$ olmak üzere, $\log_a f(x) \leq \log_a g(x)$ için;

➤ $a > 1$ ise $f(x) \leq g(x)$

➤ $1 > a > 0$ ise $f(x) \geq g(x)$

ÖRNEK 64

$$\log_2(x + 1) \leq 3$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 65

$$2 \leq \log_3(2x + 1)$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 66

$$1 \leq \log_5(3x + 1) < 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 67

$$\log_{\frac{1}{3}}(2x + 1) < -2$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 68

$$\log_5(\log_3(11x + 1)) < 1$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 69

$$\log_2(x^2 - 3x + 10) - \log_2(x + 1) < 2$$

eşitsizliğin çözüm kümesini bulunuz.

Çözüm

ÖRNEK 70 / ÖSYM

$$\frac{\log_3 \sqrt{27} + \log_{27} \sqrt{3}}{\log_3 \sqrt{27} - \log_{27} \sqrt{3}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{3}{2}$ B) $\frac{4}{3}$ C) $\frac{5}{4}$ D) $\frac{6}{5}$ E) $\frac{7}{6}$

Çözüm

ÖRNEK 71 / ÖSYM

$$\ln x + \ln y = 9$$

$$\ln x - \ln y = 3$$

olduğuna göre $\log_y x$ değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm

ÖRNEK 72 / ÖSYM

$$\log_2 \sqrt{8\sqrt{4\sqrt{2}}}$$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{13}{8}$ B) $\frac{15}{8}$ C) $\frac{17}{8}$ D) $\frac{23}{16}$ E) $\frac{27}{16}$

Çözüm

ÖRNEK 73 / ÖSYM

t bir gerçel sayı olmak üzere,

$$x = e^{2\cos t}$$

$$y = e^{3\sin t}$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre her t gerçel sayısı için sağlanan x ile y arasındaki bağıntı aşağıdakilerin hangisinde verilmiştir?

- A) $\ln^2 x + \ln^2 y = 4$ B) $\ln^2 x + \ln^2 y = 9$
C) $9\ln^2 x + 2\ln^2 y = 27$ D) $\ln^2 x + 4\ln^2 y = 28$
E) $9\ln^2 x + 4\ln^2 y = 36$

Çözüm

ÖRNEK 74 / ÖSYM

 $\log_4 x$ ile $\log_4 (x^2)$ ardışık iki pozitif çift tam sayıdır.Buna göre $\log_x 4$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{1}{4}$ C) $\frac{1}{16}$ D) 1 E) 2

Çözüm

ÖRNEK 75 / ÖSYM

k pozitif bir gerçel sayı olmak üzere,

$$f(x) = \log_x(x - k)$$

fonksiyonu için $f(3k) = \frac{2}{3}$ olduğuna göre k kaçtır?

- A) $\frac{3}{8}$ B) $\frac{9}{8}$ C) $\frac{27}{8}$ D) $\frac{2}{9}$ E) $\frac{4}{9}$

Çözüm



1. $f(x) = (2a - 9)^x + 1$

fonksiyonu üstel bir fonksiyon olduğuna göre a aşağıdakilerden hangisi olabilir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 5 E) 6

2. $f(x) = \log_{x-2}(6-x)$

logaritma fonksiyonunun tanım kümesindeki x tam sayı değerleri toplamı kaçtır?

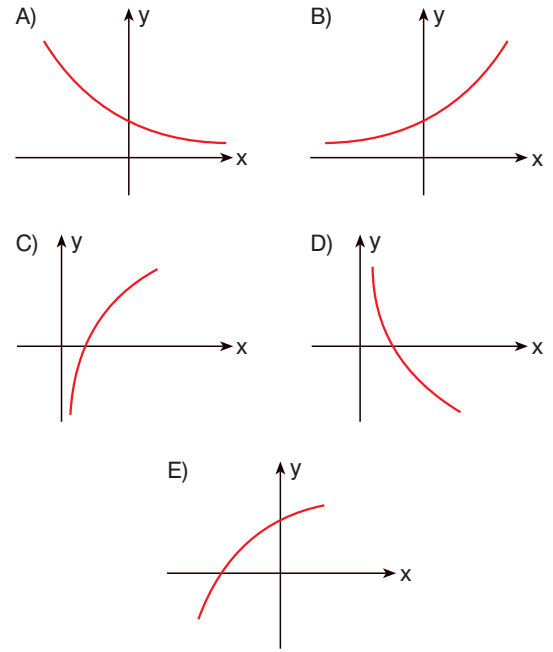
- A) 18 B) 15 C) 12 D) 10 E) 9

3. $2^{x+1} = 6$ eşitliğini sağlayan x değeri aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\log_3 2$ B) $\log_2 3$ C) $\log 3$
D) $\log 2$ E) $\log_2 6$

4. $f(x) = 3^x + 1$

fonksiyonunun grafiğini aşağıdakilerden hangisi olabilir?



5. $4^x - 2^{x+2} - 5 = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{1, 5\}$ B) $\{\log_5 2, 1\}$
C) $\{\log_2 5, 1\}$ D) $\{\log_2 5\}$
E) $\{-1, \log_2 5\}$

6. $\log_2(\log_3(2x - 1)) = 0$

eşitliğini sağlayan x değerini kaçtır?

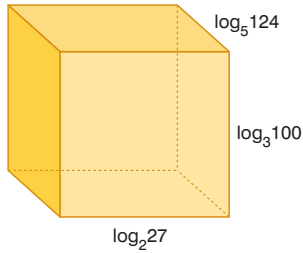
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

7. $\log_{(2-x)}(\log_2(x^2 - 2)) = 0$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{-2, 2\}$ B) $\{-2\}$ C) $\{2\}$
D) $\{1, 2\}$ E) $\{-2, 1, 2\}$

8.



Ayrıtlarının uzunluğu $\log_2 27$ birim, $\log_3 100$ birim ve $\log_5 124$ birim olan içi boş dikdörtgenler prizması şeklindeki kutu verilmiştir.

Bu kutunun içine en fazla kaç tane birim küp yerleştirilmiştir?

- A) 16 B) 20 C) 25 D) 32 E) 36

9. $\ln e^2 + \log_{\frac{1}{4}} \sqrt{2} - \log_{\sqrt{5}} \sqrt[3]{5}$

işleminin sonucu kaçtır?

- A) $\frac{15}{6}$ B) $\frac{13}{12}$ C) $\frac{15}{12}$ D) $\frac{13}{6}$ E) $\frac{7}{3}$

10. $a = b^3$

olduğuna göre $\log_{a^2 \cdot b} \left(\frac{a}{b} \right)$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{7}$ B) $\frac{2}{7}$ C) $\frac{3}{7}$ D) $\frac{4}{7}$ E) $\frac{5}{7}$

11. $\log_2(5 - 2^x) = 2 - x$

denkleminin çözüm kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{2\}$ B) $\{4\}$ C) $\{0, 4\}$
D) $\{0, 2\}$ E) $\{2, 4\}$



1. $\log(x \cdot y) = 11$

$$\log\left(\frac{x}{y}\right) = 7$$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $\log_x y$ ifadesinin değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{9}$ B) $\frac{2}{9}$ C) $\frac{4}{9}$ D) $\frac{5}{9}$ E) $\frac{7}{9}$

2. $\log_3\left(1 + \frac{1}{3}\right) + \log_3\left(1 + \frac{1}{4}\right) + \log_3\left(1 + \frac{1}{5}\right) + \dots + \log_3\left(1 + \frac{1}{26}\right)$

işleminin sonucu kaçtır?

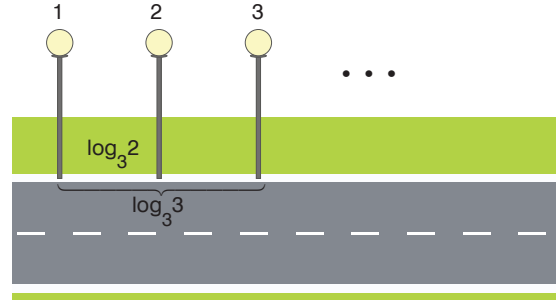
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\log_3 26! = x$

olduğuna göre $\log_3 27!$ ifadesinin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1+x}{2}$ B) $1 + \frac{x}{2}$ C) $\frac{3+x}{2}$
D) $\frac{5+x}{2}$ E) $2 + \frac{x}{2}$

4. Bir şehrin düz bir caddesinde belli aralıklarla sokak lambası konulmuştur.



n . direğin birinci direğe uzaklığı $\log_3 n$ birim olarak tanımlanmıştır.

Bu caddedeki dördüncü direk ile yüzsekizinci direk arasındaki mesafe kaç birimdir?

- A) 2 B) 3 C) 4 D) 5 E) 6

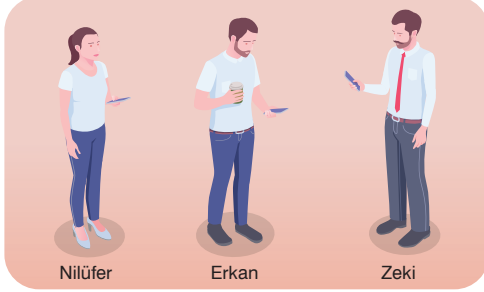
5. $\log(x^2 + y) = 2 \cdot \log x + \log y$

eşitliği verilmiştir.

Buna göre y 'nin x cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{x^2 + x}{x^2}$ B) $\frac{x^2}{x^2 - 1}$ C) $\frac{x^2 + 1}{2x}$
D) $\frac{x^2 + 2}{x^2 - 1}$ E) $\frac{x^2 - 1}{x^2 + 2}$

6. Erkan, Zeki ve Nilüfer özel yapılmış hesap makinesi yardımıyla 1'den 150'ye (150 dâhil) kadar olan tam sayıların farklı tabanda logaritmasını hesaplayacaktır.



- Nilüfer'in makinesi 2 tabanda
- Erkan'nın makinesi 3 tabanında
- Zeki'nin makinesi 5 tabanında

Logaritma değerlerini hesaplayarak değeri tam sayıya eşit olan sonuçları defterlerine yazıyorlar.

Buna göre Nilüfer, Zeki ve Erkan'nın defterinde yazan sayılar toplam kaçtır?

- A) 40 B) 41 C) 42 D) 43 E) 44

7. $\log_3 x \cdot \log_3 x = 2$

eşitliğini sağlayan x değerleri toplamı kaçtır?

- A) $\frac{79}{9}$ B) $\frac{80}{9}$ C) $\frac{82}{9}$ D) $\frac{83}{9}$ E) $\frac{85}{9}$

8. $7^{\log_7 x} + 15^{\log_{15} 3x} = 24$

olduğuna göre $\log_{(x+10)}(x+2)$ değeri kaçtır?

- A) $\frac{1}{2}$ B) $\frac{2}{3}$ C) $\frac{3}{4}$ D) $\frac{4}{5}$ E) $\frac{5}{6}$

9.

$\log_2 12$ cm

$\log_3 102$ cm

$\log_5 345$ cm



Yukarıda uzunlukları verilen iplerin herbiri 1 cm uzunluğundaki parçalara ayrılıyor.

Buna göre 1 cm uzunluğunda en çok kaç parça elde edilir?

- A) 7 B) 8 C) 9 D) 10 E) 11

10.

$\log 2 = x$

$\log 3 = y$

eşitlikleri veriliyor.

Buna göre $\log 72$ 'nin x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $3x + 2y$ B) $2x + 3y$ C) $x + 2y$
D) $2x + y$ E) $3x - 2y$

11.

$2^{\log_7 x} + x^{\log_7 2} = 16$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 2 B) 7 C) 49 D) 210 E) 343



1. $\frac{1}{\log_2 x} + \frac{1}{\log_3 x} + \frac{1}{\log_5 x} = 1$

olduğuna göre x değeri kaçtır?

- A) 12 B) 15 C) 30 D) 45 E) 60

2. $\log_3 4 \cdot \log_4 5 \cdot \log_5 6 \cdot \dots \cdot \log_{80} 81$

işleminin sonucu kaçtır?

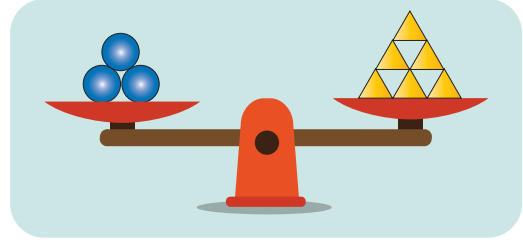
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

3. $\frac{1}{1 + \log_2 15} + \frac{1}{1 + \log_3 10} + \frac{1}{1 + \log_5 6}$

toplamlarının sonucu kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

4.



 : 2^a gram

 : 3^b gram

Yukarıda verilen eşit kollu terazi dengede olduğuna göre $\frac{a-1}{b}$ oranı kaçtır?

- A) $\log_3 2$ B) $\log_2 3$ C) $\log_2 4$
D) $\log_3 6$ E) $\log_6 2$

5.

$\log_2 3 = x$

$\log_2 5 = y$

olmak üzere, $\log_{12} 30$ 'un x ve y cinsinden eşiti aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\frac{1+x+y}{2+x}$ B) $\frac{1+x+y}{x+4}$ C) $\frac{x+y}{2+x}$
D) $\frac{1+x+y}{2+y}$ E) $\frac{1+x+y}{2y+x}$

6. $\log_2 x - 5\log_x 2 = 4$

eşitliğini sağlayan x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) 8 B) 16 C) 32 D) 34 E) 128

7. $\log_2 \sqrt{x} + \log_4 (x - 3) = 1$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 6

8. $2x - \log(5^{2x} + 3^x - 27) = x \cdot \log 4$

eşitliğini sağlayan x değeri kaçtır?

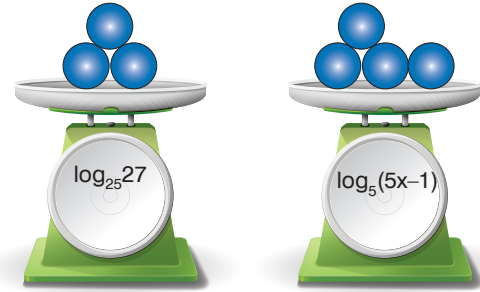
- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

9. $(\log_2 x) \cdot (\log_2 (16x)) = 12$

eşitliğini sağlayan x değerleri çarpımı kaçtır?

- A) 2^{-3} B) 2^{-4} C) 2^{-5} D) 2^{-1} E) 2^{-7}

10.



Özel üretilmiş bir tartıda eş büyüklükteki toplar şekildeki gibi tartılıyor.

Buna göre x değeri kaçtır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

11. $\log_5 (x - 5) \leq \log_5 (16 - 2x)$

eşitsizliğini sağlayan kaç farklı x tam sayı değeri vardır?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

1-C

2-D

3-A

4-B

5-A

6-B

7-D

8-C

9-B

10-B

11-B