

1. ÜNİTE: Mantık

9. SINIF MATEMATİK



1. FASİKÜL: Mantık

KAZANIMLAR

- 9.1.1.1 Önermeyi, önermenin doğruluk değerini, iki önermenin denkliliğini ve önermenin değilini açıklar.
- 9.1.1.2 Bileşik önermeyi örneklerle açıklar ve veya ya da bağlaçları ile kurulan bileşik önermelerin özelliklerini ve De Morgan kurallarını doğruluk tablosu kullanarak gösterir.
- 9.1.1.3 Koşullu önermeyi ve iki yönlü koşullu önermeyi açıklar.
- 9.1.1.4 Her ($\forall$) ve bazı ($\exists$) niceleyicilerini örneklerle açıklar.
- 9.1.1.5 Tanım, aksiyom, teorem ve ispat kavramlarını açıklar.

MANTIK

Önerme

Doğru ya da yanlış kesin hüküm bildiren ifadelere **önerme** denir.

- ★ Bir önermenin **Doğru (1)** ve **Yanlış (0)** iki değeri vardır.
- ★ Bir önerme hem doğru (✓), hem de yanlış (✗) olamaz.
- ★ n tane önermeye ait doğruluk tablosunda 2^n tane satır vardır.



p
1
0

$$2^1 = 2$$

p	q
1	1
1	0
0	1
0	0

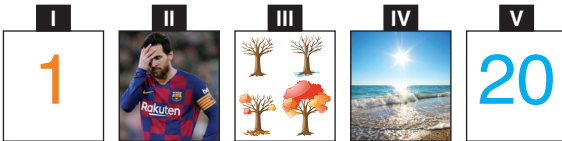
$$2^2 = 4$$

p	q	r
1	1	1
1	1	0
1	0	1
1	0	0
0	1	1
0	1	0
0	0	1
0	0	0

$$2^3 = 8$$

- ★ Emir, soru, ünlem, istek, hayret, görecelik, beğeni vb. anlamlar içermez.

Örnek 1



Aşağıdakilerden kaç tanesi önerme belirtir?

- En küçük rakam 1 (bir)'dir.
- Messi insan değildir.
- Bir yıl 4 mevsimdir.
- Yarın hava çok güzel olacak.
- $8 + 4 \cdot 3 = 20$

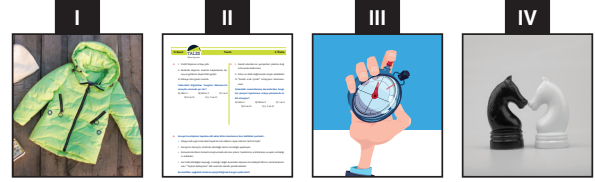
A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

Çözüm 1

Örnek 2

Aşağıdaki ifadeleri inceleyelim.

- Bu mont sana çok yakışmış.
- Testlerin bitti mi?
- 20 dakika içinde hazır ol!
- Ne güzel tesadüf!



Denk Önermeler

Doğruluk değerleri aynı olan önermelere **denk (eş değer) önermeler** denir.

p ve q önermeleri denk ise $p \equiv q$ biçiminde gösterilir.

Bir Önermenin Değili (Olumsuzu)

Bir önermenin tersine o önermenin değili denir. p' veya $\sim p$ şeklinde gösterilir.

$$p \equiv 0 \text{ olursa } p' \equiv 1 \quad (p')' \equiv p$$

$$q \equiv 1 \text{ olursa } q' \equiv 0$$

Örnek 3

p : 1 gün 12 saattir.

q : Çift sayılar 10 ile bölünür.

r : Negatif bir sayının çift kuvvetleri pozitifdir.

$$s : |4 - \sqrt{6}| = |\sqrt{6} - 4|$$

- Yukarıdaki önermelerden hangilerinin denk olduğunu bulunuz?
- Yukarıdaki önermelerin değillerini ve değillerinin doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm 3

BİLEŞİK ÖNERMELER

Önermelerin “veya”, “ve”, “ise”, “ya da”, “ancak ve ancak” bağlaçlarıyla birbirine bağlanmasıyla **bileşik önermeler** elde edilir.

1. “VEYA” BAĞLACI ($\vee$)

p ile q önermelerinin “veya” bağlacıyla bağlanmış p veya q bileşik önermesi $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

p	q	$p \vee q$
1	1	1
1	0	1
0	1	1
0	0	0

- ★ $p \vee p \equiv p$
- ★ $p \vee q \equiv q \vee p$
(Değişme özelliği)
- ★ $(p \vee q) \vee r \equiv p \vee (q \vee r)$
(Birleşme özelliği)
- ★ $p \vee 1 \equiv 1 \vee p \equiv 1$
- ★ $p \vee 0 \equiv p \vee p \equiv p$
- ★ $p \vee p' \equiv p' \vee p \equiv 1$

Örnek 4

p : $5 \cdot (-3) < 5 \cdot (3)$

q : $5^2 = 2^5$

r : iki basamaklı en küçük tek sayı 11’dir.

Önermeleri için,

a) $p \vee q$

b) $p \vee (q \vee r)$

c) $(p' \vee q') \vee r$

bileşik önermelerinin doğruluk değerlerini bulunuz.

Çözüm 4

2. “VE” BAĞLACI ($\wedge$)

p ile q önermeleri “ve” bağlacı ile bağlanmış ise p ve q bileşik önermesi $p \wedge q$ biçiminde gösterilir.

p	q	$p \wedge q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	0

- ★ $p \wedge p \equiv p$
- ★ $p \wedge q \equiv q \wedge p$
(Değişme özelliği)
- ★ $p \wedge (q \wedge r) \equiv (p \wedge q) \wedge r$
(Birleşme özelliği)
- ★ $p \wedge 1 \equiv 1 \wedge p \equiv p$
- ★ $p \wedge 0 \equiv 0 \vee p \equiv 0$
- ★ $p \wedge p' \equiv p' \wedge p \equiv 0$

Örnek 5

$[(1 \vee 0) \wedge 0] \wedge 1$

bileşik önermesinin denk olduğu ifadeyi bulunuz.

Çözüm 5

“ $\vee$ ” ile “ $\wedge$ ” İşlemlerinin Birbiri Üzerinde Dağılma Özelliği

$\wedge$ ’nin $\vee$ Üzerinde Dağılma Özelliği

★ $p \wedge (q \vee r) \equiv (p \wedge q) \vee (p \wedge r)$

★ $(q \vee r) \wedge p \equiv (q \wedge p) \vee (r \wedge p)$

$\vee$ ’nin $\wedge$ Üzerinde Dağılma Özelliği

★ $p \vee (q \wedge r) \equiv (p \vee q) \wedge (p \vee r)$

★ $(q \wedge r) \vee p \equiv (q \vee p) \wedge (r \vee p)$

Örnek 6

$$(p \wedge q) \vee (p \wedge q')$$

önermesine denk olan önermeyi bulunuz.

Çözüm 6

Örnek 7

$$(p \vee q) \wedge (p' \vee q)$$

önermesine denk olan önermeyi bulunuz.

Çözüm 7

Örnek 8

$p \wedge (p \vee q)$ önermesine denk olan önermeyi bulunuz.

Çözüm 8

DE MORGAN KURALLARI

$$\star (p \vee q)' \equiv p' \wedge q'$$

$$\star (p \wedge q)' \equiv p' \vee q'$$

Örnek 9

($x = 3$ tür veya $x > 7$ dir.)

önermesinin değilini bulunuz.

Çözüm 9

Örnek 10

$$[(p' \wedge q)' \wedge p']$$

önermesinin değilini bulunuz.

Çözüm 10

3. “YA DA” BAĞLACI ($\vee$)

p ile q önermeleri “ya da” bağlacıyla bağlanmış ise $p \vee q$ biçiminde gösterilir.

p	q	$p \vee q$
1	1	0
1	0	1
0	1	1
0	0	0

$$\star p \vee p \equiv 0$$

$$\star p \vee 1 \equiv 1 \vee p \equiv p'$$

$$\star p \vee q \equiv q \vee p$$

(Değişme özelliği)

$$\star p \vee 0 \equiv 0 \vee p \equiv p$$

$$\star p \vee p' \equiv p' \vee p \equiv 1$$

Örnek 11

$$(q' \vee q) \vee (1 \wedge p)$$

önermesinin denk olduğu ifadeyi bulunuz.

Çözüm 11

4. "İSE" BAĞLACI ($\Rightarrow$)

$p \Rightarrow q$ biçimindeki önermelere **koşullu önerme** denir.

p	q	$p \Rightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	1
0	0	1

KOŞULLU ÖNERMELERDE

- ★ $p \Rightarrow p \equiv 1$
- ★ $p \Rightarrow 0 \equiv p'$
- ★ $p \Rightarrow 1 \equiv 1$
- ★ $0 \Rightarrow p \equiv 1$
- ★ $1 \Rightarrow p \equiv p$
- ★ $p \Rightarrow p' \equiv p'$
- ★ $p \Rightarrow q \equiv p' \vee q$
- ★ $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$

Örnek 12

Belediye Başkan adayı; eğer seçilirsem şu işi yapacağım dediğinde,

- a) [Seçildi] (1) $\Rightarrow$ [O işi yaptı (1)] $\equiv 1$
- b) Seçildi (1) $\Rightarrow$ [O işi yapmadı (0) $\rightarrow$ prim yok] $\equiv 0$
- c) Seçilmedi (0) $\Rightarrow$ [O iş yapıldı, (başkası tarafından)(1)] $\equiv 1$
- d) Seçilmedi (0) $\Rightarrow$ [O iş yapılmadı, (0)] $\equiv 1$

Çözüm 12

Örnek 13

$$[(p \Rightarrow q) \vee p] \wedge 1$$

önermesinin en sade biçimini yazınız.

Çözüm 13

KOŞULLU ÖNERMENİN TERSİ - KARŞITI - KARŞIT TERSİ

$p \Rightarrow q$ bileşik önermesi verilsin.

Tersi; $p' \Rightarrow q'$ dir.

Karşıtı; $q \Rightarrow p$ dir.

Karşit tersi; $q' \Rightarrow p'$ dir.

Örnek 14

Yarın çarşamba ise Ege alışverişe gider.

Bileşik önermesinin tersi, karşıtı ve karşıt tersini yazınız.

Çözüm 14

NOT:

$p \Rightarrow q \equiv 1$ ise bu koşullu önerme gerektirmektedir.

p önermesi, q önermesi için **yeter koşul**,

q önermesi, p önermesi için **gerek koşuldur**.

5. ANCAK VE ANCAK BAĞLACI ($\Leftrightarrow$) $(p \Leftrightarrow q)$ İki yönlü koşullu önerme)

p	q	$p \Leftrightarrow q$
1	1	1
1	0	0
0	1	0
0	0	1

- ★ $p \Leftrightarrow p \equiv 1$
- ★ $p \Leftrightarrow 0 \equiv p'$
- ★ $p \Leftrightarrow 1 \equiv p$
- ★ $p \Leftrightarrow p' \equiv 0$
- ★ $p \Leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$

Örnek 15

 $(1 \Leftrightarrow p) \Leftrightarrow (p' \Rightarrow q)$

bileşik önermesinin en sade halini bulunuz.

Çözüm 15

Örnek 16

 $[(p \Leftrightarrow 1) \Leftrightarrow (p \Leftrightarrow p')] \Leftrightarrow p'$

önermesini en sade şekilde yazınız.

Çözüm 16

TOTOLOJİ ve ÇELİŞKİ

Totoloji: Doğruluk değeri daima 1 olan önermelere denir.**Çelişki:** Doğruluk değeri daima 0 olan önermelere denir.

★ p önermeleri için

I. $p \vee 1 \equiv 1 \rightarrow$ (Totoloji)II. $p \vee p' \equiv 1 \rightarrow$ (Totoloji)III. $p \wedge 0 \equiv 0 \rightarrow$ (Çelişki)IV. $p \wedge p' \equiv 0 \rightarrow$ (Çelişki)

Örnek 17

 $(p \vee q)' \wedge p$

bileşik önermesini en sade şekilde yazınız.

Çözüm 17

Örnek 18

 $q' \Rightarrow (q \Rightarrow p)$

bileşik önermesini en sade şekilde yazınız.

Çözüm 18

Örnek 19

$$(p' \wedge q)' \vee q$$

önermesinin totoloji olup olmadığına bakalım.

Çözüm 19

Örnek 20

$$(q \vee p)' \wedge p$$

önermesinin bir çelişki olup olmadığına bakalım.

Çözüm 20

Örnek 21

$$(p' \Rightarrow q)' \vee (p \wedge q')$$

bileşik önermesinin totoloji mi, çelişki mi olup olduğuna bakalım.

Çözüm 21

TOTOLOJİ ve ÇELİŞKİ İLE İLGİLİ TABLO ÖRNEKLERİ

Örnek 22

$$[p \vee (p \wedge q)']$$

önermesinin totoloji mi?, çelişki mi olduğunu tablo ile gösteriniz.

Çözüm 22

Örnek 23

$$[(r \wedge s)' \vee (r \vee s)]$$

önermesinin değilinin totoloji mi?, çelişki mi olduğunu gösteriniz.

Çözüm 23

AÇIK ÖNERMELER

İçinde en az bir değişken bulunan ve bu değişkenin aldığı değerlere göre doğru ya da yanlış hüküm bildiren önermelere açık önermeler denir. Değişkenin açık önermeyi doğrulayan değerlerinin kümesine, açık önermenin doğruluk kümesi denir.

Örnek 24

- I. $p(x) : x - 3 \leq 3, x \in \mathbb{N}$
 II. $q(x) : x^2 - x = 30, x \in \mathbb{R}$
 III. $r(x, y) : x + 2 \cdot y = 12, x, y \in \mathbb{Z}^+$

Açık önermelerini inceleyiniz.

Çözüm 24

Örnek 25

- p : Bazı günler hava sıcaktır.
 q : Bazı çift sayılar asal sayıdır.
 r : Bazı günler Esra, ders çalışır.

Örnek 26

- p : Her gün; Ali en az 8 saat çalışır.
 q : Her rakam, doğal sayıdır.
 r : Her gün, Eda kitap okur.

NOT:

$\exists x, p(x)$ biçimindeki bir önermenin doğru olması için en az bir x değeri için $p(x)$ doğru olmalıdır.

Örnek 27

- p: Bazı doğal sayılar 5'ten küçüktür.

Önermesini niceleme sembolü ile ifade edip, doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm 27

NOT:

$\forall x, p(x)$ biçimindeki bir önermenin doğru olması için seçilen bütün x değerleri için $p(x)$ doğru olmalıdır. x en az bir değeri için $p(x)$ yanlış oluyorsa " $\forall x, p(x)$ " önermesi de yanlış olmalıdır.

NİCELEYİCİLER

Önüne geldiği elemanların çokluğunu (niceliğini) gösteren bazı ve her sözcüklerine **niceleyiciler** denir.

- ★ **Bazı** niceleyicisi, en az bir tane anlamına gelir. $\exists$ sembolü ile gösterilir. Bu niceleyiciye **varlıksal niceleyici** denir.
- ★ **Her** niceleyicisi, bütün anlamına gelir. $\forall$ sembolü ile gösterilir. Bu niceleyiciye **evrensel niceleyici** denir.

Örnek 28

p: Her gerçek sayının mutlak değeri kendisine eşittir.

önermesini niceleme sembolü ile ifade edip, doğruluk değerini bulunuz.

Çözüm 28

NİCELEYİCİLERİN OLUMSUZU

$$[\exists x, p(x)]' \equiv \forall x, p'(x)$$

$$[\forall x, p(x)]' \equiv \exists x, p'(x)$$

Örnek 29

$$\forall x \in \mathbb{R}, x^2 + 7 \leq 0$$

önermesinin olumsuzunun doğruluk değeri kaçtır?

Çözüm 29

AKSİYOM ve TEOREM

Aksiyom : Doğruluğu ispatsız olarak kabul edilen önermelere aksiyom denir.

- ★ “Her A ve B reel sayıları için $A = B$ ise $B = A$ dır.
- ★ “Düzlemde farklı iki noktadan bir ve yalnız bir doğru geçer.” Önergeleri birer aksiyomdur.
- ★ Doğruluğu ispatlanması gereken önermelere teorem denir.

- ★ $p \Rightarrow q$ bir gerektirme iken ($p \Rightarrow q \equiv 1$ iken) $p \equiv 1$ ise teorem olur. P hipotez (varsayım), q ise hüküm (yargı) olarak adlandırılır.
- ★ “ABCD bir dörtgen ise iç açılarının toplamı 360° ’dir. A çift sayı ise A^3 çift sayıdır. Önergeleri birer teoremdir.

İSPAT ve İSPAT YÖNTEMLERİ

Bir teoremin hipotezi doğru iken mantıklı bir düşünce ile hükümün de doğru olduğunu göstermeye, bu teoremin ispatlanması denir. Teoremin tanımı dikkate alınacak olursa, bir teoremi ispatlamak; $1 \Rightarrow ? \equiv 1$ denliğinde “?” yerine 1 değerini yazabilmek için uygun akıl yürütmeler zinciri oluşturmaktadır. Yapılan bu akıl yürütmeler zincirinin her bir adımı daha önceden bilinen bir tanım, teorem veya aksiyoma dayandırılmalıdır.

NOT:

$p \Rightarrow q$ önermesinde p’nin doğru olmasından hareketle q’nun doğru olduğunu göstermeye doğrudan ispat yöntemi denir.

Örnek 30

x çift sayı ise x^3 çift sayıdır

teoremini doğrudan ispat yöntemiyle ispatlayınız.

Çözüm 30

NOT:

$p \Rightarrow q$ koşullu önermesi ile karşıt tersi olan, $q' \Rightarrow p'$ Bileşik önermesi birbirine denktir. Yani $p \Rightarrow q \equiv q' \Rightarrow p'$ dir.

Her koşullu önerme karşıt tersine denk olduğundan bu denlikten yararlanarak, $p \Rightarrow q$ teoremi yerine $q' \Rightarrow p'$ teoreminin ispatlanmasına olmayana ergi yöntemiyle ispat denir.

Örnek 31

$M = -4$ ise $2 - 5 \cdot M = 22$

olduğunu olmayana ergi yöntemiyle ispatlayınız.

Çözüm 31

NOT:

Bir teoremden hükmün değilinden hareketle genel bir çelişki (0) elde edilerek yapılan ispatlama yöntemine, çelişki yöntemiyle ispat denir. Bu yöntemde, $(p \Rightarrow q)' \equiv p \wedge q'$ denklighinden yararlanılır.

Örnek 32

$M = -4$ ise $2 - 5 \cdot M = 22$

olduğunu çelişki yöntemiyle ispatlayınız.

Çözüm 32

NOT:

Değişkenlerin farklı değerlerine göre, bu değerlerin yerine yazılarak teoremin doğruluğunu göstermeye deneme yoluyla ispat denir.

Örnek 33

İki tane tek tamsayının çarpımının yine bir tek tamsayı olduğunu, deneme yöntemiyle ispatlayınız.

Çözüm 33

NOT:

Verilen önermenin yanlış olduğunu (doğru olmadığını) en az bir örnek verilerek gösteren ispat yöntemi, aksine örnek verme yöntemiyle ispattır.

Örnek 34

"M bir asal sayı ise tek sayıdır." Önermesinin yanlış olduğunu göstermek için $m = 2$ nin asal ve çift sayı olduğunu söylemek yeterlidir.

Bu şekilde "x asal ise tek sayıdır." Önermesinin yanlış olduğu, aksine örnek verme yöntemiyle ispatlanmış olur.

1. Aşağıdakilerden hangileri matematikte tanımlı birer terimdir?

I. Önerme

II. Düzlem

III. Uzay

IV. İrrasyonel sayı

V. İşlem

- A) I, II, III B) I, II, III, IV, V C) II, III, IV, V
D) I, IV, V E) I, II, III, IV

2. Efe önermelerin doğruluk değerlerini

$$p \equiv 1,$$

$$q \equiv 0 \text{ ve}$$

$$r \equiv 0$$

olarak belirliyor. Efe sonra

$$p^I \wedge (q \vee r^I)$$

önermesini oluşturuyor.

Efe'nin oluşturduğu aşağıdakilerden hangisine denk değildir?

- A) 1 B) q C) r D) p^I E) 0

3. r, s, t önermeleri için

$$[r^I \wedge s] \vee t] \wedge (r \vee r^I)$$

önermesi veriliyor.

Bu önerme aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) $(s \wedge t)$ B) $(s \wedge t) \vee r^I$
C) $(r^I \wedge s) \wedge t$ D) $(r \wedge s) \wedge t$
E) $(r^I \wedge s) \vee t$

4. p, q, r ve s önermelerinin doğruluk değerleri sırasıyla 1, 0, 1, 0'dır.

Buna göre,

I. $(p^I \Rightarrow q) \vee (r^I \Rightarrow s)$

II. $[p \vee (r \Rightarrow s^I)] \Rightarrow q^I$

III. $[(p \wedge r^I) \wedge (s \vee q)]$

IV. $(p \vee r) \Leftrightarrow (q^I \wedge s)$

V. $(p \wedge r) \Rightarrow (q \vee s)$

Bu önermelerin kaç tanesinin sonucu 1'dir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

5. s, t önermeleri için

$$(s' \Rightarrow 0) \vee (t' \Rightarrow t)$$

önermesine denk olan ifade aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $t \vee s$ B) $s \Rightarrow t$ C) $t \Rightarrow s$
D) $s \wedge t$ E) $s \Rightarrow t$

6. $q' \vee 0 \equiv 1$

$$p \wedge 1 \equiv 0$$

$$r \vee q \equiv 1$$

bileşik önermeleri veriliyor.

Buna göre, aşağıdaki önermelerden hangisinin sonucu 1'dir?

- A) $q \wedge (p \vee r)$
B) $(q' \wedge p) \vee r$
C) $(q' \wedge r) \vee p$
D) $(q \wedge p') \vee (q' \vee r)'$
E) $(q \vee r) \wedge (p' \vee q)$

7. p, q, r ve s önermeleri veriliyor. Bu önermelerden bileşik önerme oluşturuluyor.

$$[(p \vee q)' \vee (r \vee s)] \wedge 0$$

Bu bileşik önerme aşağıdakilerden hangisine denktir?

- A) 0 B) p C) q
D) $(p \wedge q)$ E) 1

8. $(r' \wedge s')' \Leftrightarrow [(r' \dots s)]$

bileşik önermesinin doğruluk değerinin 1 olması için boşluğa ne gelmelidir?

- A) $\wedge$ B) $\vee$ C) $\Leftrightarrow$
D) $\Rightarrow$ E) $\vee$

1. $p(a, b) : "a + b \leq 2 \text{ ve } a + b \in \mathbb{N}"$

açık önermesinin doğruluk kümesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\{(0, 0), (0, 1), (1, 1), (2, 0)\}$
 B) $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 0), (1, 1), (2, 0)\}$
 C) $\{(0, 1), (1, 1), (1, 0), (0, 2), (2, 0)\}$
 D) $\{(0, 0), (0, 1), (0, 2), (1, 1)\}$
 E) $\{(0, 1), (0, 2), (1, 0), (2, 0)\}$

2. $p : "\exists x \in \mathbb{N}, (x - 16) \in \mathbb{N}"$

$$q : "\forall x \in \mathbb{Z}, x^4 \in \mathbb{Z}"$$

önergeleri için $p \Rightarrow q$ önermesinin değili aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $\exists x \in \mathbb{N}, (x - 16) \in \mathbb{N} \text{ ve } \forall x \in \mathbb{Z}, x^4 \in \mathbb{Z}$
 B) $\forall x \in \mathbb{N}, (x - 16) \notin \mathbb{N} \text{ ve } \exists x \in \mathbb{Z}, x^4 \in \mathbb{Z}$
 C) $\exists x \in \mathbb{N}, (x - 16) \in \mathbb{N} \text{ ve } \exists x \in \mathbb{Z}, x^4 \notin \mathbb{Z}$
 D) $\exists x \in \mathbb{N}, (x - 16) \notin \mathbb{N} \text{ ve } \forall x \in \mathbb{Z}, x^4 \notin \mathbb{Z}$
 E) $\forall x \in \mathbb{N}, (x - 16) \notin \mathbb{N} \text{ ve } \exists x \in \mathbb{Z}, x^4 \in \mathbb{Z}$

3. p, q ve r önergeleri veriliyor.

$$(q \wedge p) \Rightarrow r$$

önergemesinin karşıt tersinin denk önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $r \wedge (p' \vee q)$
 B) $r \vee (p' \wedge q')$
 C) $r \wedge (p' \vee q')$
 D) $r \vee (p' \vee q')$
 E) $p \vee (r \wedge q)$

4. r ve s önergeleri veriliyor.

$$(r \Rightarrow s') \wedge (s' \Rightarrow r)$$

bileşik önermesine denk olan önerme aşağıdakilerden hangisidir?

- A) 0
 B) 1
 C) $r \Leftrightarrow s$
 D) $r \Rightarrow s'$
 E) $r \Leftrightarrow s'$

5. $(q' \Leftrightarrow 0) \vee (p' \Leftrightarrow 1)$

bileşik önermesinin en sade hali aşağıdakilerden hangisidir?

- A) $p \vee q$
- B) $p \wedge q$
- C) $q \Rightarrow p$
- D) $p \Rightarrow q$
- E) $q \Rightarrow p'$

6. “İstanbul’a gidersem Topkapı Sarayı’nı ziyaret ederim.”

Koşullu önermesinin tersi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) İstanbul’a gitmezsem Topkapı Sarayı’nı ziyaret etmem.
- B) İstanbul’a gider, Topkapı Sarayı’nı ziyaret ederim.
- C) Topkapı Sarayı’nı ziyaret edersem, İstanbul’a giderim.
- D) Topkapı Sarayı’na gitmezsem, İstanbul’a gitmem.
- E) İstanbul’a gidersem, Topkapı Sarayı’na gitmem.

7. $(s' \Rightarrow r)' \wedge (s \vee r)$

bileşik önermesi için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $r \wedge s$ ifadesine denktir.
- B) $r \vee s$ ifadesine denktir.
- C) $r \vee s'$ ifadesine denktir.
- D) Totoloji
- E) Çelişki

8. $[(s \vee r) \Rightarrow (r' \vee t)]' = 1$

olduğuna göre aşağıdakilerden hangisinin doğruluk değeri “0” (sıfır) dır?

- A) $(r' \wedge s)' \Rightarrow t$
- B) $(r \wedge s) \vee t$
- C) $r \wedge (s \vee t)$
- D) $r \vee (s \wedge t)$
- E) $r \Rightarrow (s' \wedge t)'$

1.



Avrupa kupası futbol organizasyonunda oynayan takımlardan oluşan gruplar vardır.

Türk milli takımımız bulunduğu Euro 2020 elemeleri H grubunda şampiyonluk mücadelesi vermektedir. Galibiyete 3 puan, beraberliğe 1 puan verilmektedir. Mağlubiye ise puan verilmemektedir.

Buna göre,

- I. Türkiye 8 maç yapmıştır. 6 galibiyet, 1 beraberlik ve 1 yenilgi almıştır.
- II. Aldığı puan asal sayıdır.
- III. Futbolcular çok zekidirler.
- IV. En sevilen oyuncular forvetlerdir.
- V. Futbol el ile oynanır

Yukarıdakilerden kaç tanesi önermedir?

- A) 1 B) 2 C) 3 D) 4 E) 5

2. p, q, r, s gibi bazı önermeler veriliyor.

Ayşe bu önermeler için aşağıdaki ifadelerden hangisini doğru söylemiştir?

- A) p, q, r, p' ve q' önermelerinin 32 tane doğruluk durumu vardır.
- B) p, q, r', s' önermelerinin 8 tane doğruluk değeri vardır.
- C) p, q, r, q' ve p' önermelerinin 8 tane doğruluk değeri vardır.
- D) p, q, r, q' ve r' önermelerinin 2 tane doğruluk değeri vardır.
- E) p', p, q', q önermelerinin 8 tane doğruluk durumu vardır.

3. $p : "(-1)^{4n} = 1, n \in \mathbb{Z}"$

q : Farklı işaretli iki sayının çarpımı negatiftir.

r : Bir çarpma işleminin sonucu (çarpım) çift ise bütün çarpanlar çifttir.

p, q ve r önermeleri veriliyor.

Bu önermeler için aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $p \equiv q \equiv r'$
- B) $p \equiv q' \equiv r'$
- C) $p' \equiv q \equiv r'$
- D) $p \equiv q' \equiv r'$
- E) $p' \equiv q' \equiv r'$

4. **Aşağıdaki verilen önermeler için doğruluk değeri incelendiğinde, hangileri tautolojidir?**

I. $(1 \Rightarrow 0) \Leftrightarrow (0 \Rightarrow 1)$

II. $(0 \Rightarrow 1) \wedge (1 \Rightarrow 0)$

III. $(0 \Rightarrow 1) \Rightarrow (0 \Rightarrow 1)$

IV. $(0 \vee 1)' \wedge (1 \Leftrightarrow 1)$

- A) I ve II B) Yalnız I C) Yalnız II
D) Yalnız III E) I ve III

5. p ve q önermeleri veriliyor.

Aşağıdakilerden kaç tanesi doğrudur?

- a. $p \leftrightarrow p \equiv 1$
- b. $p \leftrightarrow 1 \equiv p'$
- c. $p \leftrightarrow p' \equiv 0$
- d. $p \leftrightarrow q \equiv (p \Rightarrow q) \wedge (q \Rightarrow p)$
- e. $p' \leftrightarrow q \equiv p \leftrightarrow q'$
- f. $p' \leftrightarrow q \equiv (p \leftrightarrow q)'$
- g. $p \leftrightarrow p' \equiv 1$

- A) 3 B) 4 C) 5 D) 6 E) 7

6. r : "Havada helyum gazı vardır."

$$s : 4 + 3 = 9$$

olduğuna göre $r \wedge s'$ önermesi aşağıdakilerden hangisidir?

- A) Havada helyum gazı yoktur ve $4 + 3 = 9$
- B) Havada helyum gazı vardır veya $4 + 3 = 9$
- C) Havada helyum gazı vardır ve $4 + 3 \neq 9$
- D) Havada helyum gazı yoktur ve $4 + 3 \neq 9$
- E) Havada helyum gazı vardır veya $4 + 3 \neq 9$

- 7.

p	q	q'	$p \Rightarrow q$	$p \vee q'$	$(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q')$
1	1	0	1	k	1
1	0	1	n	1	0
0	1	m	1	0	0
0	0	1	1	1	t

Yukarıda $(p \Rightarrow q) \Leftrightarrow (p \vee q')$ ifadesinin doğruluk tablosu verilmiştir.

Buna göre, (m, n, k, t) sıralı dördlüsü aşağıdakilerden hangisidir?

- A) (0, 0, 0, 0) B) (0, 1, 0, 1) C) (0, 0, 1, 1)
D) (0, 1, 1, 1) E) (0, 1, 1, 0)

8. Aşağıdaki denkliklerden hangileri doğrudur?

I. $(5 > 2) \vee [(-2)^3 < (-3)^3] \equiv 0$

II. $(2 < 3) \vee (3^2 = 9) \equiv 1$

III. $(4 \text{ tek sayı}) \vee (2 \text{ asal sayı}) \equiv 1$

- A) Yalnız II B) Yalnız III C) I ve III
D) II ve III E) I, II ve III

2. ÜNİTE: Kümeler

9. SINIF MATEMATİK



2. FASİKÜL: Kümelerde Temel Kavramlar

KAZANIMLAR

- 9.2.1.1 Kümeler ile ilgili temel kavramları açıklar.
- 9.2.1.2 Alt kümeyi kullanarak işlemler yapar.
- 9.2.1.3 İki kümenin eşitliğini kullanarak işlemler yapar.
- 9.2.1.4 Kümelerde birleşim, kesişim, fark, tümleme işlemlerini yapar.

KÜMELER

Küme

Bütün özellikleri ile iyi tanımlanmış nesneler topluluğuna **küme** denir.

1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9 sayılarının bazıları ifadesi bir küme değildir. İyi tanımlanmamıştır.

Ancak rakamlardan tek olanlar ifadesi küme belirtir.

Bu kümenin elemanları = {1, 3, 5, 7, 9}

NOT:

- ★ Kümeler büyük harflerle isimlendirilir.
- ★ A kümesine ait bir a elemanı $a \in A$ şeklinde, A kümesine ait olmayan bir b elemanı da $b \notin A$ şeklinde gösteririz.
- ★ Bir kümenin elemanı bir kez yazılır.
- ★ A kümesinin eleman sayısı $s(A)$ ile gösterilir.

Örnek 1

MATEMATİK kelimesinin harflerinden bir A kümesi oluşturalım ve eleman sayısını bulalım.

Çözüm 1

Örnek 2

- I. İstanbul'daki bazı binalar
- II. Türkiye'nin en güzel şehri
- III. -5 ile 10 arasındaki asal sayılar
- IV. İzmir'deki yaşlı insanlar
- V. 10 ile 20 arasındaki tek sayılar

Yukarıdaki ifadelerden kaç tanesi küme belirtir?

Çözüm 2

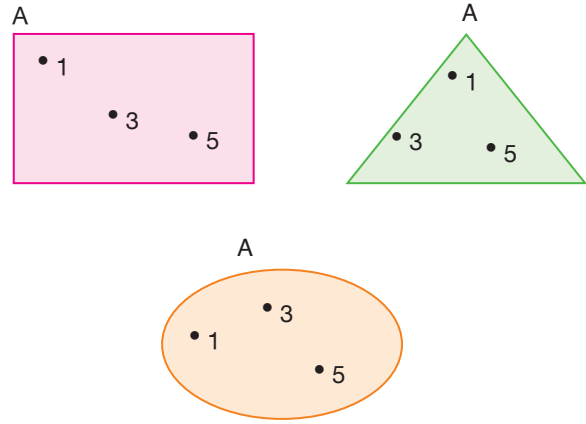
Kümelerin Gösterilişi

Kümeler; Venn şeması, liste yöntemi ve ortak özellik yöntemleriyle gösterilirler.

1. **Liste Yöntemi:** Kümenin elemanlarının sıra gözetmeksiz { } şeklindeki küme parantezinin içine, aralarına virgül koyarak yazılmasına **liste yöntemi ile gösterim** denir.

$$A = \{1, 2, 3\}$$

2. **Venn Şeması Yöntemi:** Basit kapalı bir eğrinin içine kümenin elemanlarının önüne nokta konularak yazılmasına **Venn şeması ile gösterim** denir.



3. **Ortak Özellik Yöntemi:** Bir kümeyi elemanlarının ortak özelliklerini belirterek ifade etmeye **ortak özellik yöntemi ile gösterim** denir.

Örneğin;

$$A = \{x : x < 4 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}^+\}$$

$A = \{1, 2, 3\}$ kümesinin ortak özellik yöntemi ile gösterilmiş şeklidir.

Örnek 3

7 ile 13 arasındaki 4'ün katı olmayan tamsayıların oluşturduğu kümeyi,

- a) **Liste Yöntemi**
- b) **Venn Şeması**
- c) **Ortak Özellik Yöntemi ile gösterelim.**

Çözüm 3

Eşit Kümeler

Aynı elemanlardan oluşan kümelere **eşit kümeler** denir. $A = B$ biçiminde gösterilir.

Örnek 4

$x \in \mathbb{Z}$ olmak üzere,

$$A = \{x : |x| \leq 3 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\} \text{ ve}$$

$$B = \{x : x^2 \leq 9 \text{ ve } x \in \mathbb{Z}\}$$

kümelerinin eşit olduğunu gösterelim.

Çözüm 4

Denk Kümeler

Eleman sayıları eşit olan kümelere **denk kümeler** denir.

A kümesinin B kümesine denkliği $A \equiv B$ biçiminde gösterilir.

NOT:

Eşit olan kümeler denktir. Fakat denk olan kümeler eşit olmayabilir.

Örnek 5

$$A = \{0, 2, 4, 6, 8\}$$

$$B = \{x \mid x, 9\text{'dan küçük çift doğal sayılar}\}$$

$$C = \{x \mid 1 < x < 9, x \in \mathbb{Z}\}$$

olduğuna göre, aşağıdakilerden hangisi doğrudur?

- A) $A = C$ B) $A = B$ C) $B = C$ D) $s(B) = 6$ E) $s(B) = s(C)$

Çözüm 5

Sonlu Küme ve Sonsuz Küme

Eleman sayısı bir doğal sayıya eşit olan kümeye **sonlu küme** denir.

Eleman sayısı bir doğal sayıyla gösterilemeyen kümeye **sonsuz küme** denir.

Örnek 6

$$A = \{a, b, c, d\} \text{ ve } s(A) = 4 \text{ A kümesi bir sonlu kümedir.}$$

Çözüm 6

Boş Küme

Hiçbir elemanı olmayan kümeye **boş küme** denir. Boş küme $\{\}$ veya $\emptyset$ şeklinde gösterilir.

Boş kümenin eleman sayısı 0 (sıfır) dır.

Örnek 7

$A = \{x \mid x^2 = -5 \text{ ve } x \in \mathbb{R}\}$ kümesi $x \in \mathbb{R}$ için $x^2 = -5$ denklemini sağlayan hiçbir reel sayı yoktur.

Buna göre $A = \emptyset$ dir.

A kümesi boş küme olduğu için, $s(A) = 0$ dır.

NOT:

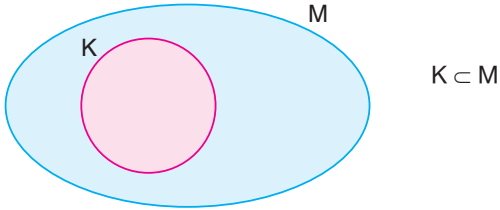
$A = \{\emptyset\}$ ise $s(A) = 1$ dir. Bu küme boş küme değildir.

ALT KÜME

Bir kümenin elemanlarından bazılarının alınmasıyla oluşturulan yeni kümeler bu kümenin **alt kümeleri** denir.

Bir K kümesinde bulunan her eleman, M kümesinin de elemanı ise, K kümesi M kümesinin alt kümesidir denir.

$K \subset M$ şeklinde gösterilir veya $M \supset K$ şeklinde gösterilip "M kapsar K" diye okunur.



★ $\mathbb{N}^+ \subset \mathbb{N} \subset \mathbb{Z} \subset \mathbb{Q} \subset \mathbb{R}$

★ Boş küme her kümenin alt kümesidir.

★ Her küme kendisinin alt kümesidir.

Örnek 8

$A = \{a, b, c\}$ kümesinin bütün alt kümelerini yazınız.

Çözüm 4**Örnek 9**

$A = \{a, b, c, \{c, d\}, e\}$ kümesi veriliyor.

$a \in A, b \in A, c \in A, \{c, d\} \in A, e \in A$

$d \notin A$ ve $s(A) = 5$

$\{a\} \subset A, \{b\} \subset A, \{c\} \subset A, \{\{c, d\}\} \subset A, \{e\} \subset A$

NOT:

Her küme kendisinin alt kümesidir. ($A \subset A$)

Boş küme her kümenin alt kümesidir. ($\emptyset \subset A$)

Örnek 10

$A = \{a\} \subseteq K \subseteq \{a, b, c\}$

koşulunu sağlayan 4 tane K kümesi yazılabilir.

Bunlar; $K = \{a\}, K = \{a, b\}, K = \{a, c\}, K = \{a, b, c\}$ olabilir.

NOT:

n elemanlı bir kümenin alt küme sayısı 2^n dir.

Örnek 11

$A = \{a, b, c, d, e\}$ kümesinin alt küme sayısı kaçtır?

Çözüm 11**Örnek 12**

$A = \{m, n, k, p\}$ kümesinin alt kümelerinin kaçında "k"nın elemanı olarak bulunacağını bulunuz.

Çözüm 12